Tíhové zrychlení na několik žákovských způsobů

VOJTĚCH ŽÁK
Katedra didaktiky fyziky, Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy

V tomto příspěvku jsou popsány a diskutovány tři žákovské experimenty, na jejichž základě je možné přibližně určit velikost tíhového zrychlení. Jedná se o experiment s padající kuličkou, kyvadlem a pružinovým oscilátorem. K provedení experimentů stačí použít velmi levné a dostupné pomůcky. Uvedené experimenty a jejich zpracování jsou vhodné zejména do středoškolské výuky. Umožňují rozvinout bohatou fyzikální diskuzi.

Úvod

S tíhovým zrychlením se žáci středních škol typicky setkávají v rámci výuky volného pádu a kmitání matematického kyvadla. Jeho přibližná hodnota na povrchu Země, $9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, resp. $10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, bývá jednou z mála hodnot („konstant"), jejichž znalost učitelé od žáků vyžadují.

Měřením velikosti tíhového zrychlení se v rámci konference *Veletrh nápadů učitelů fyziky* zabývalo již několik autorů. Např. Konvalinka a Buchar [1] popisují tzv. Lippichův padostroj a uvádějí způsob, jak lze pomocí něj zjistit velikost tíhového zrychlení. Na možnost měření tíhového zrychlení pomocí reverzního kyvadla upozorňuje Havránek [2]. Několik různých způsobů, jak změřit velikost tíhového zrychlení, je obsahem článku Dvořáka [3]. Některé z nich, volný pád a závaží na pružině, jsou uvedeny také v tomto článku. Kromě nich se zabýváme ještě využitím matematického kyvadla k měření tíhového zrychlení. U všech způsobů uvádíme typické naměřené hodnoty a stručně se zmiňujeme také o přesnějších vědeckých měřeních tíhového zrychlení z nedávné doby.

Tři náměty na žákovské měření velikosti tíhového zrychlení

Pád kuličky

K určení velikosti tíhového zrychlení *g* je možné využít vztah pro dráhu *s* volného pádu, $s = \frac{1}{2}gt^2$, kde *t* je doba volného pádu. Z něj můžeme vyjádřit $g = \frac{2s}{t^2}$.

V Tab. 1 uvádíme doby pádu golfového míčku z výšky *s* = 2 m změřené stopkami na mobilním telefonu.

Tab. 1. Doba pádu golfového míčku z výšky 2 m

$\frac{t}{\mathrm{s}}$	0,70	0,69	0,75	0,66	0,69	0,66	0,61

Vypočítáme-li aritmetický průměr doby pádu, *t* = 0,68 s, a dosadíme-li do vztahu pro tíhové zrychlení, dostáváme

$$g = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 2}{0{,}68^2}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \doteq 8{,}7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Tento výsledek není příliš přesný (od skutečné hodnoty se liší zhruba o 10 %), na druhou stranu se nejedná o hodnotu, která by byla „zcela mimo“. Se žáky můžeme diskutovat, které okolnosti mohly způsobit, že je měření nepřesné – způsob měření času (vliv reakční doby), pád v prostředí s odporem vzduchu, nepřesné měření dráhy pádu apod. Ještě uveďme, že výše uvedený výsledek dobře koresponduje s výsledky uvedenými Dvořákem [3, s. 37].

Kmitání matematického kyvadla

Známým způsobem určení velikosti tíhového zrychlení je použití matematického kyvadla. Z obecně známého vztahu pro jeho periodu

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

kde l je délka závěsu kyvadla, dostáváme pro velikost tíhového zrychlení

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}.$$

Experiment můžeme provést např. tak, že měříme vždy deset period kyvadla pomocí stopek na mobilním telefonu a měření několikrát opakujeme pro kyvadlo stejné délky (závěsu), nebo můžeme měřit deset period kyvadel různých délek. V Tab. 2 jsou uvedeny změřené hodnoty pro pět různě dlouhých kyvadel. Postupovalo se tak, že nejprve bylo provedeno měření s nejdelším kyvadlem. Nit tvořící závěs pak byla postupně zkracována.

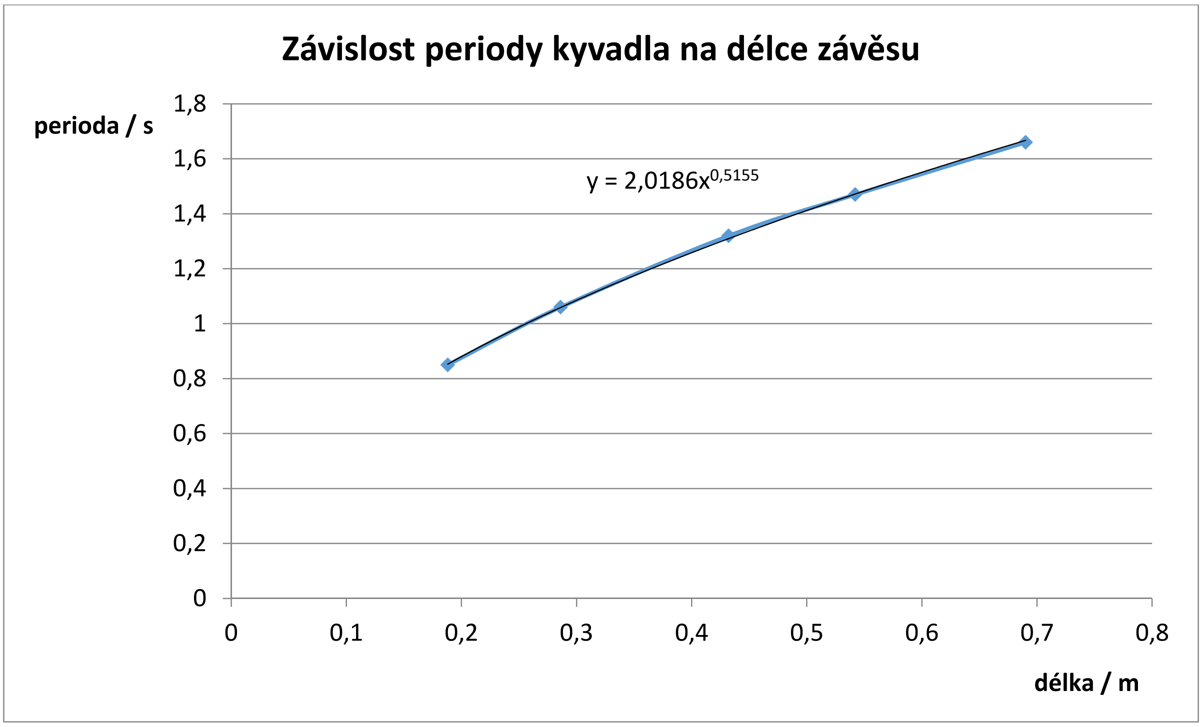
Tab. 2. Perioda kyvadla pro různé délky závěsu a dopočítaná velikost tíhového zrychlení

$\frac{l}{\mathrm{m}}$	0,188	0,286	0,432	0,542	0,690
$\frac{T}{\mathrm{s}}$	0,85	1,06	1,32	1,47	1,66
$\frac{g}{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}$	10,27	10,05	9,79	9,90	9,89

Velikost tíhového zrychlení pak můžeme určit jako aritmetický průměr výše vypočtených hodnot. Na základě Tab. 2 vychází $g \doteq 10{,}0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Velikost tíhového zrychlení můžeme určit také na základě grafu závislosti periody kyvadla na délce jeho závěsu, který vytvoříme pomocí MS Excel (viz Obr. 1). K proložení změřených dat křivkou a k určení rovnice předpokládané závislosti doporučujeme použít v tomto softwaru např. následující „cestu“:

Rozložení → Spojnice trendu → Další možnosti spojnice trendu → Typ trendu a regrese: mocninný → Zobrazit rovnici v grafu



Obr. 1. Graf závislosti periody kyvadla na délce jeho závěsu

Rovnici $y = 2{,}0186x^{0{,}5155}$, kterou určil MS Excel, můžeme porovnat s teoretickým vztahem pro periodu matematického kyvadla, $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Z jejich porovnání je zřejmé, že druhé odmocnině v teoretickém vztahu dobře odpovídá exponent 0,5155. Dále je zřejmé, že faktoru 2,0186 má odpovídat číselná hodnota výrazu $\frac{2\pi}{\sqrt{g}}$. Snadno dopočítáme, že řešením je $g \doteq 9{,}7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Z předchozího je zřejmé, že na základě výpočtu aritmetického průměru (viz Tab. 2) a teoretického vztahu (viz Obr. 1) můžeme dostat poněkud odlišné hodnoty tíhového zrychlení. Domníváme se, že nemá smysl se žáky na střední škole rozebírat, jakým způsobem MS Excel předpokládanou závislost určuje, smysl ale vidíme v tom, seznámit žáky s existencí softwaru, který tyto závislosti umí vytvořit.

Kmitání pružinového oscilátoru

Patrně méně známým způsobem určení velikosti tíhového zrychlení je pro širší učitelskou obec využití pružinového oscilátoru. Po zavěšení závaží o hmotnosti m na pružinu o tuhosti k nastane (po určité době) rovnováha tíhové síly a síly pružnosti (závaží bude v klidu) při prodloužení pružiny o Δl, přičemž platí

$$mg = k\Delta l,$$

kde g je velikost tíhového zrychlení.

Dále využijeme vztah pro úhlovou frekvenci ω pružinového oscilátoru, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, a vztah, který platí mezi úhlovou frekvencí a periodou T, $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Postupnými úpravami dostáváme

$$g = \frac{k\Delta l}{m},$$

$$g = \frac{m\omega^2\Delta l}{m},$$

$$g = \frac{4\pi^2\Delta l}{T^2}.$$

Poslední uvedený vztah formálně připomíná vztah odvozený v případě matematického kyvadla. Připomeňme ale, že v případě pružinového oscilátoru znamená Δl prodloužení, kterého pružina dosáhne, když na ni v tíhovém poli Země zavěsíme závaží a ustálí se v klidu. V našem konkrétním měření (viz Tab. 3 níže) je $\Delta l = 6{,}8$ cm.

Tab. 3. Perioda pružinového oscilátoru pro různé amplitudy

$\frac{y_\mathrm{m}}{\mathrm{cm}}$	1,0	2,0	3,0	4,0
$\frac{T}{\mathrm{s}}$	0,527	0,528	0,518	0,536

Z Tab. 3 snadno určíme aritmetický průměr period; po zaokrouhlení $T = 0{,}527$ s. Velikost tíhového zrychlení určíme jako

$$g = \frac{4\pi^2\Delta l}{T^2} = \frac{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 0{,}068}{0{,}527^2}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \approx 9{,}7\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Také tento výsledek dobře odpovídá výsledku uvedenému Dvořákem [3, s. 40].

Při tomto měření žáky někdy napadne, zda výsledek měření nezávisí na tom, jak moc pružinu se závažím na začátku pohybu natáhnou (vychýlí z rovnovážné polohy). Jak je zřejmé z výše uvedeného vztahu mezi úhlovou frekvencí, tuhostí pružiny a hmotností závaží, na ničem jiném podle teorie úhlová frekvence, a tedy ani perioda, nezávisí. Doporučujeme, aby si žáci vyzkoušeli nastavit postupně různé amplitudy (viz výše nebo např. 2 cm, 4 cm a 6 cm) a přesvědčili se o této nezávislosti i experimentálně. Hloubavějším z nich položme otázku, zda bude tato nezávislost platit pro libovolné výchylky?

Nedávná měření velikosti tíhového zrychlení

Měření velikosti tíhového (resp. gravitačního) zrychlení se pochopitelně s rozvojem fyziky zpřesňovala. Zařízení, pomocí něhož se provádějí tato měření, se jmenuje *gravimetr*. V článku [4] je uveden příklad jednoho gravimetru. Není bez zajímavosti, že k měření se využívá pád tělesa v prostředí s malým odporem vzduchu (v evakuované komůrce) a laserový interferometr. Přesnost těchto měření je obdivuhodná; nepřesnost je v řádu $10^{-8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Pro zajímavost dodejme, že výzkumníci se v této souvislosti zajímají i o to, jaké zkreslení může způsobit dopad fotonů laserového světla na těleso použité k měření. Podle [4, s. 175] se jedná o chyby v řádu $10^{-10}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ a menší.

Závěr

V tomto příspěvku byly popsány a diskutovány tři žákovské experimenty, na jejichž základě je možné určit velikost tíhového zrychlení – měření související s volným pádem, pohybem matematického kyvadla a pružinového oscilátoru. K provedení experimentů stačilo použít levné a dostupné pomůcky, ale zájemci mohou využít i videozáznam pohybů a provést jeho analýzu. Uvedené experimenty a jejich zpracování jsou vhodné zejména do středoškolské výuky, ale pokud neodvozujeme použité vztahy pro velikost tíhového zrychlení, mohou být tyto experimenty zařazeny i do výuky ke konci základní školy. Je zřejmé, že fyzikové v současné době zvládají určit velikost tíhového zrychlení s mnohem větší přesností, než ukazují výše uvedené žákovské pokusy, nicméně jejich přínos do výuky může být v tom, že žáci přibližně ověří hodnotu velmi známé fyzikální „konstanty" několika způsoby, s využitím jednoduchých pomůcek a poměrně přesně.

Literatura

[1] Konvalinka, R., & Buchar, M. (1999). Lippichův padostroj. *Veletrh nápadů učitelů fyziky 4: Sborník z konference* (s. 128). Příbram: Klub Amavet, Q-klub Příbram.

[2] Havránek, V. (2006). Expedice Kopeček aneb odhalení záhady magnetických kopců. In R. Holubová (Ed.), *Veletrh nápadů učitelů fyziky XI: Sborník z konference* (s. 176–179). Olomouc: Univerzita Palackého, JČMF.

[3] Dvořák, L. (2015). Další nápady z Malé Hraštice 4: tíhové zrychlení stokrát jinak. In V. Vochozka (Ed.), *Veletrh nápadů učitelů fyziky 19: Sborník z konference* (s. 36–40). Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni.

[4] Niebauer, T. M., Sasagawa, G. S., Faller, J. E., Hilt, R., & Klopping, F. (1995). A new generation of absolute gravimeters. *Metrologia, 32,* 159–180.