

Další nápady z Malé Hraštic, tentokrát s vodou

LEOŠ DVOŘÁK

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy, Praha

Abstrakt

Příspěvek popisuje několik pokusů s vodou: 1) efekt diamagnetismu vody na hladinu vody nad magnetem, 2) zdánlivou hloubku předmětů pod vodou při pozorování z různých úhlů, 3) jednoduché měření viskozity vody a 4) svislé a vodorovné „vrhy vodou“ pomocí plastové stříkačky a jejich souvislost s rovnicí kontinuity.

Úvod

O námětech z jarních soustředění pro budoucí učitele fyziky pořádaných již dvacet let Matematicko-fyzikální fakultou UK informovalo už několik příspěvků na Veletrhu nápadů. Bližší informace lze najít na stránkách soustředění [1]. Letos byla tématem miniprojektů na soustředění voda (resp. voda a vzduch), a tak byla příležitost zkusit si pokusy, které jsem dosud jen viděl nebo je v minulosti zkoušel třeba jen v kvalitativní formě.

Dále popisované pokusy můžete brát jako náměty pro rozšíření výuky (spíše do volitelných seminářů, do projektové výuky apod.) nebo prostě jako pokusy, které mohou rozšířit naše vlastní pochopení příslušných fyzikálních jevů. Ale-špoň já osobně mám dojem, že jsem se při jejich realizaci a interpretaci mnohé přiučil. Takže pokud vás následující pokusy zaujmou a budete mít pocit, že jste se coby učitelé fyziky také něco nového naučili, připomněli nebo rozmysleli, splní tento příspěvek svůj cíl.

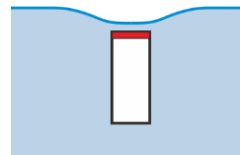
O tom, jak jsem s vývojem a realizací pokusů na Malé Hrašticí zápolil, svědčí text [2] sepsaný po návratu ze soustředění. Následující příspěvek je stručnější, popisuje však některé pokusy v již trochu dotaženější formě.

Voda a magnet (diamagnetismus vody)

Následující pokus s magnetem a vodou jsem viděl u prof. Planinšiče na Univerzitě v Ljubljani; v technicky propracované formě je popsán v článku [3]. Je velice jednoduchý: Do vody dáme silný neodymový magnet tak, aby jeden jeho pól byl nepatrný kousek (méně než milimetr) pod hladinou. Díky tomu, že

voda je diamagnetická, je hladina nad pólem magnetu o trochu snížena; ve vodě je tedy malý „důlek“.

To, že se hladina nad magnetem sníží, je na první pohled pro řadu lidí překvapující. Neměla by se díky odpuzování od magnetu voda naopak zdvihnout? Situaci možná nejlépe pochopíme na základě energetických úvah: Kapka vody má u pólu magnetu vyšší energii než dál (je odpuzována, takže ji musíme k magnetu strkat). Energie kapky je součtem její potenciální energie v tíhovém poli a její energie v magnetickém poli. Na hladině vody má ve všech místech kapka stejnou energii (jinak by stekla do míst s nižší energií). Takže když má u pólu magnetu vyšší energii díky magnetickému poli, musí být její potenciální energie v tíhovém poli nižší – hladina zde tedy musí být níže.

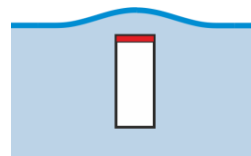


Fotografie ukazuje, že je tomu opravdu tak. Snížení hladiny je ovšem nepatrné. Teoretické odvození (naznačené v [2]) dává pro snížení hladiny hodnotu

$$\Delta h = \frac{B^2 |\chi|}{2\mu_0 \rho g},$$

kde B je magnetická indukce u pólu magnetu a χ je susceptibilita vody (asi $-9 \cdot 10^{-6}$); symboly pro permeabilitu vakua, hustotu vody a tíhové zrychlení už jsou jasné. U pólu delšího neodymového magnetu je magnetická indukce přibližně 0,5 T (ověřeno měřením). Snížení hladiny pak vychází jen asi 0,1 mm. V článku [3] její autoři měří značně komplikovaně, pomocí odrazu laserového paprsku na krajích „důlku“, kde je hladina šikmá; sklon hladiny pak musí integrovat, aby dostali celkové snížení hladiny. V našem případě jsem se velikost snížení pokoušel určit z odrazu tenké tyčinky blízko nad vodní hladinou, výsledky jsou ale zatím dost nepřesné a metodu bude třeba vylepšit. Berme tedy výše uvedený pokus zatím spíše jako kvalitativní.

Co když v pokusu použijeme tekutinu, která je paramagnetická? Ta je k magnetu přitahována, takže by se u jeho pólu měl vytvořit „kopeček“. Paramagnetická je třeba modrá skalice, takže se nabízí vyzkoušet její roztok. Pro nasycený roztok přibližně teoretické odhady dávají zvýšení hladiny něco přes 0,2 mm.



Pokus ukazuje, že hladina se nad magnetem opravdu drobně ale viditelně zvýší.

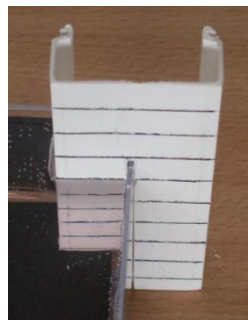


Pohled do vody (zdánlivá hloubka)

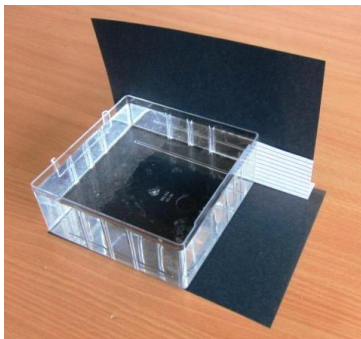
Při pohledu do vody zdánlivě vidíme předměty v menší hloubce, než ve které opravdu jsou. Často se uvádí, že hloubka je zdánlivě zmenšena v poměru $1/n$, kde n je index lomu vody. To je pravda, ale jen při kolmém nebo skoro kolmém pohledu do vody.

Zdánlivé zmenšení hloubky lze demonstrovat například pomocí destičky, kterou rozřízneme tak, abychom ji mohli nasunout na kolmou stěnu nádoby s vodou. Na destičku nakreslíme rovnoběžné čáry, například ve vzdálenosti 1 cm od sebe. Na části destičky, která je pod vodou, vidíme čáry blíže u sebe než na části, která je ve vzduchu; cekem dobře můžeme odečíst i zdánlivé zmenšení hloubky.

Fotografie vpravo ukazuje pohled, který se od svislého směru liší asi o 30° . Jedna z čar splývá s hladinou. Z porovnání viděné šířky proužků vlevo a vpravo vidíme, že hloubka je zdánlivě zmenšena asi v poměru $2/3$, tedy o něco více než odpovídá poměru $1/n$, tedy $1/1,33 = 3/4$. Pokud náš „žebříček čar“ pozorujeme skoro svisle shora, zmenšení hloubky se bude opravdu blížit $1/n$, při pozorování ze stále „šikmějších směrů“ bude ale zmenšení hloubky stále výraznější. Tento efekt ostatně nejspíš všichni známe z bazénů, když máme hlavu nízko nad hladinou a díváme se ve směru skoro vodorovném



Prozkoumat tento efekt kvantitativně můžeme i pomocí velmi jednoduchých pomůcek. Vodu nalijeme do krabičky ve tvaru kvádra – v našem případě se osvědčila krabička na šroubky a podobné věci z plexiskla, samozřejmě by šlo

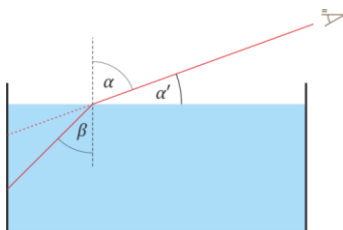


použit akvárium. Na zadní stranu krabičky dáme papír s rovnoběžnými čarami, v našem pokusu byly vzdálené 0,5 cm. Za kartičku a pod krabičku, či ještě lépe na její dno je vhodné dát tmavý papír, aby pozorování nerušilo světlo a odrazy z nevhodných směrů. (Pokus je vhodný k tomu, abychom si my či naši studenti uvědomili, co vše může při pozorování a tím spíše při fotografování rušit.)

Následující fotografie ukazují pozorování ze směrů, které svírají s vodorovným směrem úhly (zleva) 25°, 15° a 10°.



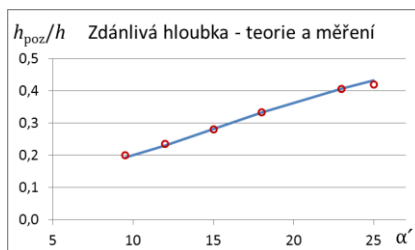
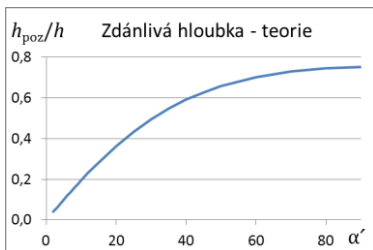
Poznamenejme, že na prostřední a pravé fotografii je levé dolní části fotografií vidět i část kartičky pozorovaná skrz přední stěnu krabičky – kdyby studenti mátna, zakryjte tmavým papírem i přední stěnu krabičky.



Pro zdánlivé (pozorované) zmenšení hloubky lze vcelku přímočaře odvodit teoretický vztah

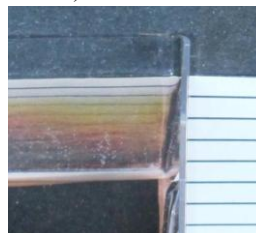
$$\frac{h_{\text{poz}}}{h} = \frac{\sin \alpha'}{\sqrt{n^2 - 1 + \sin^2 \alpha'}}.$$

Poměr zdánlivé hloubky ke skutečné ukazují následující grafy. V levém je teoretická závislost poměru zdánlivé a skutečné hloubky na úhlu, pod nímž předmět pozorujeme (pro index lomu vody $n = 1,33$), na pravém vidíme, že měření se vcelku dobře shoduje s teorií.

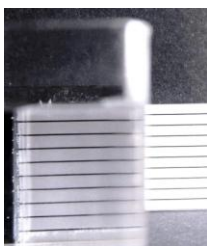


Z uvedených měření by šlo určovat index lomu vody – ale určitě by to nebyla metoda nejvhodnější. Při pokusu bylo velkým problémem měřit dostatečně přesně úhel α' . Jako nejvhodnější se ukázalo měřit úhel, který svírá osa fotoaparátu s vodorovným směrem, respektive úhel, který svírá zadní strana fotoaparátu (displej) se svislým směrem, a to pomocí jednoduché pomůcky využívající úhломěr a jednoduchou olovnici (matičku přivázanou na niti).

S výše popsanou krabičkou a kartičkou s proužky přiloženou zvenku k její zadní stěně nemůžeme měřit pro úhly α' větší než asi 28° . Pro větší úhly již nastává na vnitřní straně krabičky úplný odraz. Na fotografii vpravo je dokonce vidět, že úhel, pro který nastává úplný odraz, se mírně liší pro světlo různých barev: na zadní stěně krabičky vidíme duhové zbarvení.



Pokud je na dně krabičky černý papír, uvidíme při úplném odrazu zadní stranu krabičky tmavou, pokud je dno světlé, bude se zadní strana lesknout.



Ve větším měřítku podobné efekty uvidíme při pohledu třeba do akvárií. Všimněme si ještě jednoho efektu, který rovněž můžeme vidět a měřit pomocí naší krabičky a kartičky s proužky: Pozorujte kartičku skrz přední stěnu krabičky (téměř rovnoběžně s hladinou vody) a současně vedle krabičky a všimněte si vzdálenosti proužků. Proužky pozorované skrz vodu jsou zjevně dále od sebe než proužky pozorované vzduchem. Jednoduché vysvětlení rovněž může být založeno na

zdánlivé hloubce, resp. nyní zdánlivé délce mezi přední a zadní stěnou krabičky; ve vodě je tato délka zkrácena v poměru $1/n$, tedy na přibližně $3/4$ skutečné délky. Proto (je-li oko blízko přední stěny krabičky), jsou proužky pozorované skrz vodu asi 1,3krát širší než proužky pozorované skrz vzduch.

Voda tekoucí hadicí (a určení viskozity vody)

Když voda protéká trubkou nebo hadičkou, klade trubka průtoku určitý odpor; ten závisí na její viskozitě η . Je-li proudění laminární, pak „tlakové ztráty“ (tedy rozdíl tlaku Δp na začátku a na konci hadičky) jsou dány Poiseuilleovým

zákonem (viz např. [4]) $\Delta p = \frac{8\eta l}{\pi R^4} \frac{\Delta V}{\Delta t}$; zde l je délka hadičky, R její polo-

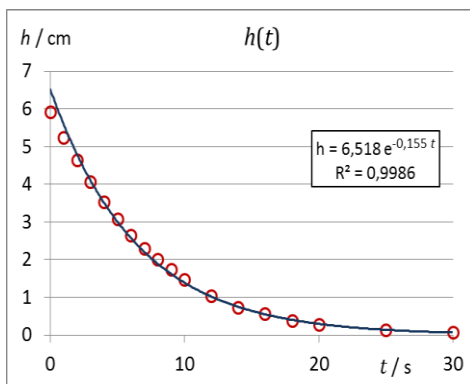
měr a ΔV objem vody, který proteče hadičkou za dobu Δt). Poiseuilleův zákon jistě nepatří do středoškolské fyziky – ale je zajímavé alespoň kvalitativně si uvědomit, že hadička klade protékající vodě odpor a jak silně tento odpor závisí na poloměru hadičky či trubky. (Když vám vodovodní trubka „zaroste“ na polovinu dřívějšího průměru, pak jí při stejném tlakovém spádu poteče šestnáctkrát(!) méně vody.)



Uvedený vztah můžeme také využít k měření viskozity vody. Velmi jednoduchý pokus využívá dvě plastové injekční stříkačky, resp. jejich vnější části. Na „trysky“ stříkaček jde právě těsně nasadit plastová hadička o vnitřním průměru 4 mm. Když dvě stříkačky spojené hadičkou naplníme vodou a jednu ze stříkaček zvedneme, začne voda přetékat z vyšší stříkačky do nižší. Průtok vody hadičkou je podle Poiseuilleova zákona úměrný tlakovému spádu, tedy také rozdílu výšek hladin. Zároveň je průtok úměrný rychlosti změny výšky hladiny h vody ve stříkačce (protože $\Delta V = S\Delta h$, takže $\Delta V/\Delta t = S \Delta h/\Delta t$).

V semináři pro zájemce bychom i na středoškolské úrovni mohli vyvodit, že výška vody oproti stavu, kdy jsou hladiny vyrovnané, klesá s časem exponenciálně. Na úvodní VŠ úrovni nebo pro zájemce, kteří by této úrovně dosahovali, můžeme pro pokles odvodit i příslušnou diferenciální rovnici:

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{\rho g R^4}{4\eta l R_{\text{stříkačky}}^2} h.$$



Graf získaný z hodnot z videozáznamu ukazuje, že pokles hladiny je opravdu velmi blízký exponenciálně. Z porovnání řešení rovnice

$$h = h_0 \cdot \exp\left(-\frac{\rho g R^4}{4 \eta l R_{\text{střikačky}}^2} t\right)$$

a naměřených hodnot pak můžeme určit η .

Vychází přibližně hodnota $\eta = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, tedy asi o 30 %

více, než je tabulková hodnota $0,9 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ (pro teplotu $25 \text{ }^\circ\text{C}$, viz [5]). Po příčinách takto velké odchylky bude zajímavé pátrat. Roli může hrát odpor v tryskách stříkaček případně skutečnost, že proudění nemusí být přesně laminární.

Poznamenejme ještě, že viskozitu lze určovat i bez řešení diferenciální rovnice, z průměrného rozdílu výšek a průměrné rychlosti proudění, dodatečná chyba způsobená takto zjednodušeným postupem je řádu deset procent.

Kam dostříkne stříkačka (aneb „vrhy vodou“ a rovnice kontinuity)



Následující pokus byl již stručně zmíněn v [6]. Jde o to, do jaké výše dostříkne vodou z plastové stříkačky (v našem případě šlo o stříkačku o objemu 20 ml) a jak výška takového „vrhu svislého vodou“ souvisí s rychlostí pohybu pístu stříkačky.

Jak ukazuje fotografie (a jak mohli účastníci Veletrhu nápadů vidět naživo), voda dostříkne do výšky asi 5 metrů. Z toho a ze středoškolského vzorce $v = \sqrt{2gh}$ vychází rychlost vody tryskající ze stříkačky asi 10 m/s. Prakticky stejně rychlost vody vychází, pokud stříkáme vodorovně a použijeme vztahy pro vodorovný vrh.

Je toto v souladu s rychlostí, jakou posunujeme píst stříkačky? Průměr trysky stříkačky je 2 mm, vnitřní průměr stříkačky je 2 cm, tedy desetkrát větší. Poměr průřezů je tedy 100 : 1. Z rovnice

kontinuity pak vychází, že rychlost pohybu pístu je 0,1 m/s, čili 10 cm za sekundu. A opravdu, plnou stříkačku (s vodním sloupcem délky asi 6 cm) stiskem vyprázdníme za necelou sekundu.

Pokus bychom mohli zpřesňovat, rychlost pístu stříkačky měřit videozáznamem – vylepšování se zde meze nekladou. Další možností je měnit průměr trysky stříkačky, nejjednodušeji tak, že na trysku nasadíme kousek plastové hadičky. Dvakrát větší průměr hadičky znamená čtyřikrát větší průřez, tedy čtyřikrát menší rychlost vody, což by odpovídalo 16krát nižší výšce výstřiku – ovšem pokud by se píst pohyboval stejně rychle jako v předchozím případě. Stejnou rychlost pístu by asi bylo vhodné zařídit nějakým mechanickým zařízením... Možností vylepšování, dotahování a zpřesňování – ať už v rámci projektů, praktických prací či podobných aktivit je zde tedy, podobně jako v případě ostatních výše popsanych pokusů, dost a dost. Třeba se k vylepšeným verzím dostaneme na některém z příštích Veletrhů nápadů učitelů fyziky.

Poděkování

Soustředění na Malé Hrašticí bylo finančně podpořeno z nadačního příspěvku Nadace Depositum Bonum a z prostředků Institucionálního rozvojového plánu MŠMT pro UK.

Literatura

- [1] Koupilová Z.: Jarní soustředění pro posluchače učitelství fyziky a správně duše – Hrašticí 2017. Dostupné online: <http://kdf.mff.cuni.cz/hrastice/2017/hrastice2017.php>
- [2] Dvořák L.: Co jsem dělal ~~o prázdninách~~ na Hrašticí 2017. Dostupné online: <http://kdf.mff.cuni.cz/hrastice/2017/Hrastice2017-Projekty-Leose-Dvoraka.pdf>
- [3] Chen Z., Dahlberg E. D.: Deformation of Water by a Magnetic Field. *The Physics Teacher* 49, 144 (2011); doi: <http://dx.doi.org/10.1119/1.3555497>
- [4] Havránek A., Kvasnica J., Lukáč P., Sprušil B.: *Mechanika*. Druhé vydání Academia, Praha, 2004.
- [5] *Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce pro střední školy*. Prometheus, Praha, 2009 (Dotisk 1. vydání).
- [6] Dvořák L.: Pokusy s vodou. In: *Dílky Heuréky 2006-2007*. Sborník konferencí projektu Heuréka. Prometheus, Praha, 2009. ISBN 978-80-7196-396-7, s. 126-136. Dostupné online: http://kdf.mff.cuni.cz/heureka/sborniky/DilkyHeureky_2006-2007.pdf