

Hustota plynů - jak ji změřit?

PETR SLÁDEK, LUKÁŠ PAWERA

Pedagogická fakulta MU, Brno

Abstrakt

Měření hustoty pevných látek a kapalin je běžná laboratorní úloha na řadě škol, nicméně měření hustoty plynů bývá mlčky opomíjeno. Těžkosti totiž jsou způsobeny jednak absolutní hodnotou hustoty plynů, kdy nemůžeme zanedbat vztlakovou sílu, jednak závislostí objemu a zejména tlaku ve stavové rovnici. Pro měření hustoty plynů jsme využili metodu měření pomocí vakua a přetlaku vytvořeného pomocí kuchyňské sady vakuových dóz, resp. hustilky.

1. Úvod

Žákům se může zdát, že plynné látky mají zanedbatelnou hmotnost. Prostředí kolem nás je obklopeno vzduchem, a že na všechny tělesa působí kromě tíhy i vztlaková síle se často již opomíjí. V některých případech může sehrát hustota plynů důležitou roli, hlavně ve srovnání s hustotou vzduchu. Tuto skutečnost si žáci uvědomují snad u balónků a balónů. Stanovit hustotu plynů je proto složitější záležitost, a použití běžné metody, jako při stanovování hustoty pevných těles nelze použít.

V příspěvku jsou uvedeny různé experimentální metody využívající sníženého nebo zvýšeného tlaku měřeného plynu v uzavřené nádobě, nebo metody měření hmotnosti ve vakuu.

2. Teoretická východiska

Budeme-li mít za cíl určit hustotu vzduchu v místnosti ve škole, tj. za téměř standardních podmínek, tj. 10^5 Pa, 25°C , a vyjdeme-li z definice hustoty $\rho = \frac{m}{V}$, není problémem stanovit (vymezit) objem měřeného vzduchu, na potíže však narazíme při stanovení jeho hmotnosti. V tomto případě nemůžeme pominout přítomnost vztlakové síly (Archimédův zákon). To můžeme obejít buď vytvořením vakua kolem nádoby s plynem (vakuum vně) nebo vyčerpáním plynu z nádoby (vakuum uvnitř). Ve škole většinou bývá se získáním vakua potíž a navíc zvidaví žáci se mohou ptát, jak velké vakuum jsme vytvořili, zda tam ještě něco vzduchu (plynu) nezbylo.

Nezbývá, než si na pomoc vzít další vztah pro plyny, ve kterém se vyskytuje hustota. Tím nejjednodušším je stavová rovnice. Vezmeme-li stavovou rovnici ve tvaru

$pV = \frac{m}{M_m} R_m T$, kde R_m je molární plynová konstanta, M_m molární hmotnost, pak vedle

hmotnosti, objemu, je potřeba stanovit další fyzikální veličiny – tlak, teplotu. To za předpokladu, že známe molární hmotnost plynu.

Nosnou myšlenkou měření je provedení měření za různých tlaků, kdy obtížně stanovitelné fyzikální veličiny z rovnic vyloučíme. To nám zároveň dává možnost vytvořit

navíc variantu, kdy do nádoby dodáme další množství molekul plynu, tím, že vytvoříme přetlak uvnitř nádoby.

3. Teorie a experiment pro jednotlivé varianty

3.1 Vakuum (nízký tlak) vně nádoby

Uzavřená láhev s plynem je vložena do recipientu, ze kterého je postupně čerpán vzduch (pomocí rotační vývěvy, vodní vývěvy, vakuové pumpy). Platí:

Hmotnost láhve získáme z měření na vahách

$$M_L = m_L - (V_{EXT} - V_{INT}) \cdot \rho_0 \quad [1]$$

M_L - údaj na váze při otevřeném uzávěru, m_L - skutečná hodnota

$$m_L = M_L + (V_{EXT} - V_{INT}) \cdot \rho_0$$

V_{INT} - objem uvnitř nádoby, V_{EXT} - objem vnějšího pláště uzavřené nádoby

Hmotnost láhve s uzavřeným vzduchem (plynem) uvnitř

$$m_{L+P} = m_L + m_P = M_L + (V_{EXT} - V_{INT}) \rho_0 + m_P \quad m_P = \rho_0 \cdot V_{INT} \quad [2]$$

m_P - hmotnost plynu v nádobě, ρ_0 - hustota vzduchu při atmosférickém tlaku

Hodnota na displeji váhy, resp. v režimu tára

$$M_{L+P} = m_L + m_P - V_{ext} \cdot \rho_{REC} \quad M_{L+P} - M_L = m_P + (V_{EXT} - V_{INT}) \rho_0 - V_{EXT} \cdot \rho_{REC}$$

Pro prostředí v recipientu platí

$$p_{REC} \cdot V_{REC} = \frac{m_{REC}}{M_{REC}} \cdot T \quad \rho_{REC} = \frac{m_{REC}}{V_{REC}} = p_{REC} \cdot \frac{M_{REC}}{T} \quad [3]$$

Dosazením do předchozího vztahu dostaneme

$$M_{L+P} - M_L = m_P + (V_{EXT} - V_{INT}) \cdot \rho_0 - V_{EXT} \cdot p_{EXT} \cdot \frac{M_{REC}}{T}$$

$$M_{L+P} - M_L = \rho_0 \cdot V_{INT} + \rho_0 \cdot V_{EXT} - \rho_0 V_{INT} - V_{EXT} \cdot p_{EXT} \cdot \frac{M_{REC}}{T} \quad [4]$$

Po úpravě

$$\frac{M_{L+P} - M_L}{V_{EXT}} = \rho_0 - p_{EXT} \cdot \frac{M_{REC}}{T} \quad [5]$$

Výhodou měření je, pokud místo změření ve dvou bodech $[M_1; p_1]$ a $[M_2; p_2]$, proměříme více bodů a provedeme proložení, v tomto případě přímkou.

$$\Delta M \cdot \frac{1}{V_{EXT}} = -\Delta p_{REC} \cdot \frac{M_{REC}}{T}, \text{ resp. } \frac{\Delta M}{\Delta p_{REC}} = -\frac{M_{REC}}{T} \cdot V_{EXT} \quad [6]$$

Pak směrnice nám umožní vyjádřit neznámé parametry plynu v rovnici [3].

$$\rho_{REC} = p_{REC} \cdot \frac{\Delta M_{REC}}{\Delta p_{REC}} \cdot \frac{1}{V_{EXT}} \quad [7]$$

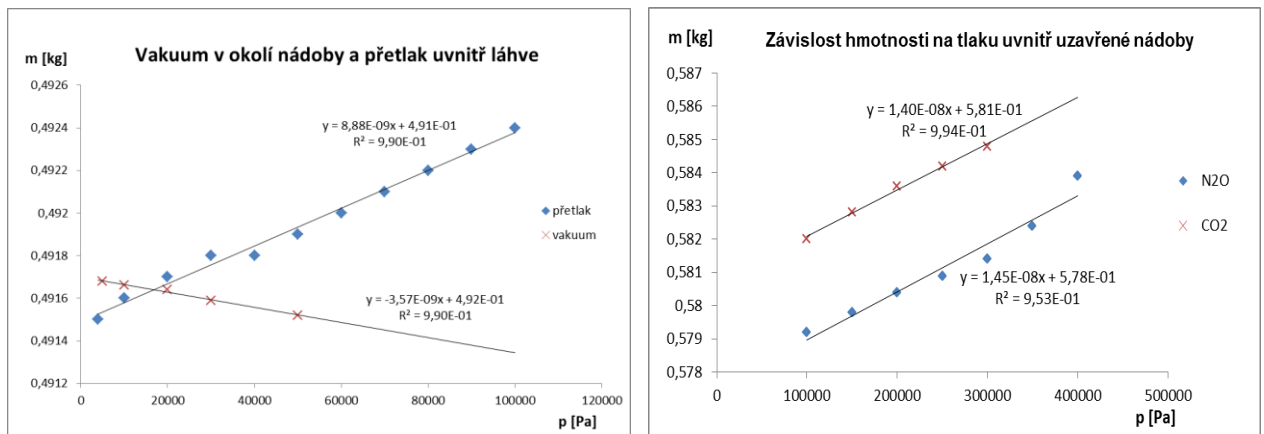
Hustota plynu, kterou tímto způsobem zjistíme, je *hustota plynu v okolí tělesa v recipientu* (v láhvi může být jakýkoliv obsah). Můžeme dosadit i atmosférický tlak.

Objem nádoby můžeme stanovit z vážení vytlačené vody při ponoření láhve do nádoby s vodou. (Pozor rysky na odměrných válcích mohou být zatíženy chybou až 15%).

Experiment



Obr. 1a,b,c Uspořádání experimentu pro jednotlivé případy (v textu)



Graf 3 Závislost hmotnosti láhve na tlaku uvnitř / vně nádoby

a) vzduch b) pro plyny CO₂ a N₂O

Dosazením do vztahu [7] $\rho_{REC} = p_{REC0} \cdot \frac{\Delta M_{REC}}{\Delta p_{REC}} \cdot \frac{1}{V_{EXT}}$ pro aktuální atmosférický tlak

$p_0 = 99500Pa$; $V_{EXT} = 3,077 \cdot 10^{-4} m^3$; teplota v místnosti 26°C, dostáváme hodnotu hustoty vzduchu $\rho_{REC} = 1,15 kg \cdot m^{-3}$

Odhadujeme, že při měření se dopouštíme nejistoty měření do 5%. Tabelovaná hodnota pro dané podmínky (suchý vzduch) $1,16 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

3.2 Vakuum (nízký tlak) uvnitř nádoby

Z uzavřené láhve s vakuometrem je postupně čerpán vzduch (pomocí rotační vývěvy, vodní vývěvy, vakuové pumpy). Platí:

Tíha láhve s plynem uvnitř a působící vztlačková síla

$$G = m_{L+P} \cdot g \quad F_{VZ} = \rho_0 \cdot V_{EXT} \cdot g \quad [8]$$

Pak naměřená hodnota hmotnosti uzavřené láhve s plynem na vzduchu

$$M_{L+P} = m_{L+P} - \rho_0 \cdot V_{EXT} \quad [9]$$

Stavová rovnice uvnitř láhve při dvou tlacích p_1 , resp. p_2 a po odečtení rovnic:

$$p_1 V_{INT} = \frac{m_1}{M_m} RT \quad p_2 V_{INT} = \frac{m_2}{M_m} RT \quad \frac{\Delta m}{\Delta p} = \frac{M_m}{RT} \cdot V_{INT} \quad [10]$$

Vyneseme do grafu a směrnice nám umožní vyjádřit neznámé parametry plynu

Pro hustotu v láhvi $\rho_p = \frac{m_p}{V_{INT}}$, po dosazení z [10]

$$\boxed{\rho_p = p_p \cdot \frac{M_m}{RT} = p_p \cdot \frac{\Delta m}{\Delta p} \cdot \frac{1}{V_{INT}}} \quad [11]$$

Jedná se o obdobný vztah, jako v předchozím případě [7], avšak tentokrát je měřena **hustota obsahu láhve**.

Experiment

Tento případ je méně náročný na provedení experimentu. Máme-li vhodnou transparentní vakuovou nádobu na uchovávání potravin, dostatečné vakuum vytvoříme i pomocí vakuové pumpy.

Po dosazení do vztahu [12] $\rho_p = p_p \cdot \frac{\Delta m}{\Delta p} \cdot \frac{1}{V_{INT}}$ pro aktuální atmosférický tlak

$p_0 = 99500 \text{ Pa}$; $V_{INT} = 7,76 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$; teplotu v místnosti 26°C dostáváme hodnotu hustoty vzduchu $\boxed{\rho_p = 1,14 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}$

Odhadujeme, že při měření se dopouštíme nejistoty měření do 5%. Tabelovaná hodnota pro dané podmínky (suchý vzduch) $1,16 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

3.3 Přetlak (vysoký tlak) uvnitř nádoby

Tato situace je obdobná jako v předchozím případě. Uzavřená láhev s manometrem je postupně tlakována vzduchem (pomocí kompresoru nebo hustilky). Výsledný vztah pro výpočet hustoty vzduchu má tvar jako vztah [11] při čerpání obsahu láhve.

$$\rho_p = p_p \cdot \frac{M_m}{RT} = p_p \cdot \frac{\Delta m}{\Delta p} \cdot \frac{1}{V_{INT}} \quad \boxed{\rho_p = 1,09 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}$$

Odhadujeme, že při měření se dopouštíme nejistoty měření do 5%. Na rozdíl od případu 3.2, byla teplota stlačovaného vzduchu zřejmě vyšší než teplota okolí, proto je získaná hodnota hustoty menší. Pro eventuální přepočítání na standardizovanou tabelovanou hodnotu 0°C použijeme stavovou rovnici.

4. Určování hustoty plynů CO₂ a N₂O

Kritérium výběru těchto 2 plynů vychází ze snadné dostupnosti, protože mají využití v domácnosti. Jsou dostupné v malých bombičkách, ve kterých jsou uchovávány v tekutém stavu. Jako nádoba pro měření se použije láhev na výrobu sifonu (pokud není kovová, můžeme použít skleněnou, nejlépe se závitem – od šampaňského, jinak bychom byli nuceni měřit objem a modifikovat vztahy pro výpočet), která se předem vyčerpá. Lze použít oba případy, kdy je tlak v láhvi vyšší než atmosférický, nebo můžeme plyn čerpat a dosáhnout nižšího tlaku.

Pro hodnoty $p_0 = 101325 \text{ Pa}$; $V_{INT} = 7,76 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$; teplotu v místnosti 26°C dostáváme

pro hustotu CO₂ $\boxed{\rho_{CO_2} = 1,83 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}$ po přepočítání na 0°C $\boxed{\rho_{0 \text{ CO}_2} = 2,00 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}$.

pro hustotu N₂O $\boxed{\rho_{N_2O} = 1,89 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}$ po přepočítání na 0°C $\boxed{\rho_{0 \text{ N}_2O} = 2,07 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}$.

Hodnoty hustoty plynů bývají tabelovány pro 0°C. Pro CO₂ pro 0°C a tlak 101,325 kPa je tabelovaná hodnota hustoty CO₂ 1,9769 kg·m⁻³ a hustoty N₂O 1,9778 kg·m⁻³. Předpokládaná teplota plynů v láhvi po ustálení teploty je 26°C, proto je hodnota pro dané podmínky nižší.

5. Závěr

V příspěvku jsme ukázali tři cesty, jak je možné naměřit hustotu vzduchu s poměrně velkou přesností v podmínkách školy. Při měření je potřeba dbát na dostatečně pomalé připouštění vzduchu do vakua a současně je nezbytné vyčkat na dostatečnou teplotu plynu v láhvi či recipientu. Láhev musí být dostatečně tuhá, jak pro přetlak tak i podtlak, v opačném případě musíme do výpočtu zahrnout změny objemu, které měření a vyhodnocení zkomplikují.

Experiment ukazuje na výhodnost využití proložení naměřených bodů přímkou a stanovení směrnice. Tento postup ukazuje žákům posun vyhodnocení experimentu na vyšší vědeckovýzkumnou úroveň.

Literatura

[1] NUFFIELD FOUNDATION. *Measuring the density of air* [online]. [cit. 2014-07-03]. Dostupné z: <http://www.nuffieldfoundation.org/practical-physics/measuring-density-air-1>

[2] BROŽ, J., ROSKOVEC V. a VALOUCH, M. *Fyzikální a matematické tabulky*.

1. vydání. Praha: SNTL, 1980.