

Další nápady z Malé Hraštic 4: tíhové zrychlení stokrát jinak

LEOŠ DVORÁK

Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita Karlova, Praha

Příspěvek předkládá několik námětů na pokusy vyzkoušených i nově vyvinutých na jarním soustředění pro budoucí a současné učitele fyziky na Malé Hraštic. Nejde o co nejpřesnější měření, spíše o to, jak si na úloze změřit g mohou žáci a studenti procvičit leccos z mechaniky – a to od úrovně ZŠ až po vysokoškolskou. Některé metody měření jsou trochu netradiční až kuriózní, takže po nich lze sáhnout, pokud by někteří šťouraví studenti byli znuděni těmi „učebnicovými“.

Úvod

Jarní soustředění pro učitele fyziky na Malé Hraštic bylo již inspirací pro některé příspěvky v minulých ročnících Veletrhu nápadů, viz např. [1, 2]. V roce 2014 se „miniprojekty“ na tomto soustředění věnovaly tématu Mechanika. V rámci „pokusničení“ mě tam zaujala otázka:

Jakými různými způsoby bychom mohli měřit tíhové zrychlení?

Některé náměty, zčásti rozpracované po soustředění, jsou uvedeny v tomto příspěvku. „Stokrát jinak“ v nadpisu je samozřejmě nadsázkou. Na vymýšlení stovky metod bych se necítil, ani kdyby byly hodně krkolomné. Metod bude asi patnáctkrát méně – ovšem pokud daná měření mnohokrát zopakujete (a výsledky spočtete na hodně platných míst), můžete hodnotu g určitě dostat třeba dvěstěkrát jinak ... ☺

Jak už bylo naznačeno výše, nepůjde nám v následujících měřeních o co nejpřesnější výsledek, ale hlavně o to, abychom si pohráli s fyzikou.

„Klasický“ způsob určení tíhového zrychlení je pomocí matematického kyvadla, ve školních podmínkách například matičky zavěšené na niti. Dává dost přesné výsledky, ale vyžaduje znát vztah pro periodu kmitu. Nešlo by to jednodušeji?

1. Volný pád (a to „z volné ruky“)

Zkusme prostě pustit z ruky natažené nad hlavou malý předmět a odhadnout, jak dlouho padá. Pokud přitom počítáme stylem „jedenadvacet“, ..., můžeme odhadnout, že doba pádu je mezi polovinou sekundy a sekundou. Pro dráhu volného pádu platí známý vzoreček $s = \frac{1}{2}gt^2$, z něhož g vychází $g = \frac{2s}{t^2}$. Dráha pádu je asi 2 m, pro dobu pádu 1 s by tedy vyšla hodnota g rovna 4 m/s^2 , pro $t = 0,5 \text{ s}$ pak 16 m/s^2 . Změřili jsme tedy (či spíše odhadli), že tíhové zrychlení je mezi 4 a 16 m/s^2 . Jde samozřejmě o hodně hrubý odhad – ale na druhou stranu, při některých jiných měřeních jsme rádi, když nám výsledek vyjde řádově a chyba 60% není tak strašná ☺. Toto „měření“ je

ovšem třeba i žákům prezentovat opravdu jako hrubý odhad a nesnažit se ho vylepšit třeba tím, že bychom ze 4 a 16 vzali průměr a radovali se z výsledné chyby ve výši dvou procent. (Obávám se, že ne všichni žáci by to pochopili jako vtip, byť ti opravdu dobří snad ano.)

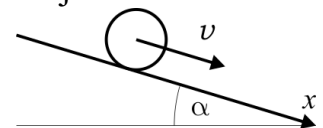
Nešlo by i toto hrubé měření zpřesnit? Za pomoci stopek můžeme dobu pádu naměřit přesněji. Například pro pád tenisového míčku z výšky 2,1 m se naměřené doby pádu pohybují mezi 0,62 s a 0,70 s, což odpovídá rozmezí g asi 8,6 až 10,9 m/s^2 . Maximální chyba je jen něco přes deset procent; navíc průměr z více naměřených hodnot je cca 0,66 s, což pro g dává hodnotu asi 9,6 m/s^2 , už velmi blízkou tabulkové hodnotě.

Poněkud „psychologická“ poznámka k přesnosti měření: Protože jsme asi všichni zvyklí na „učebnicovou hodnotu“ 9,81 m/s^2 , může nám často připadat, že pokud z našich měření vyjde 9,7 nebo 9,9, ještě pořád „neměříme dobře“ a měli bychom měření zpřesňovat. Ale v daném případě jsme už jen jedno procento od očekávané hodnoty! Co bychom za to dali v měření některých jiných veličin. Neměli bychom tedy zejména na jednodušší měření být přehnaně přísní.

2. Kulička na nakloněné rovině

Při výše uvedeném měření je problém změřit stopkami krátký čas pádu s dostatečnou přesností. „Pád“ můžeme prodloužit podle vzoru Galilea Galileiho tak, že vhodné těleso, například kuličku, necháme valit po nakloněné rovině. Výpočet zrychlení nám ovšem mírně komplikuje skutečnost, že kulička neklouže, ale valí se – se zrychlením, které je menší, než kdyby klouzala. Je to dáno tím, že její tíhová potenciální energie se mění nejen na energii translačního pohybu kuličky, ale zčásti i na energii jejího rotačního pohybu. V případě homogenní kuličky valící se rychlostí v je celková kinetická energie $E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{5} m v^2$. Spočítat zrychlení valící se kuličky je jednoduché na úrovni VŠ (jde o krásnou ilustraci Lagrangeových rovnic 2. druhu). Odvodit stejný výsledek středoškolsky je poněkud zdlouhavější, ale kupodivu to z výše uvedeného vztahu pro kinetickou energii také jde, byť by asi bylo spíš pro zájemce v semináři. Na odvození zde bohužel není místo, uveďme jen výsledný vztah pro dráhu uraženou na nakloněné rovině za čas t :

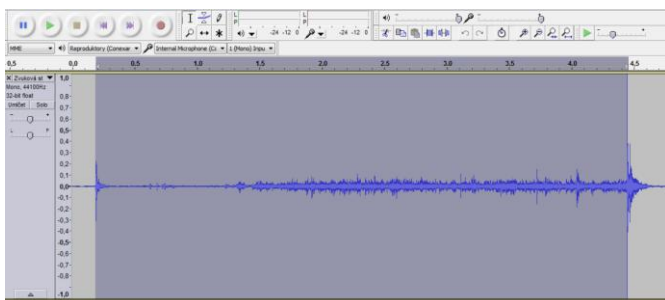
$$s = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7} \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot t^2.$$



Jak měřit čas? Buď ručně stopkami, nebo pomocí počítače a mikrofону: Kulička na konci ťukne do nějaké zarážky. Při „odstartování“ pohybu také můžeme ťuknout například do dřívka, kterým kuličku na stratu přidržujeme. Zvuk sejmутý mikrofonom

nahrajeme programem Audacity, v něm pak můžeme dobu valení kuličky jednoduše změřit (viz obrázek).

Měření pomocí programu Audacity využijeme i v další metodě.

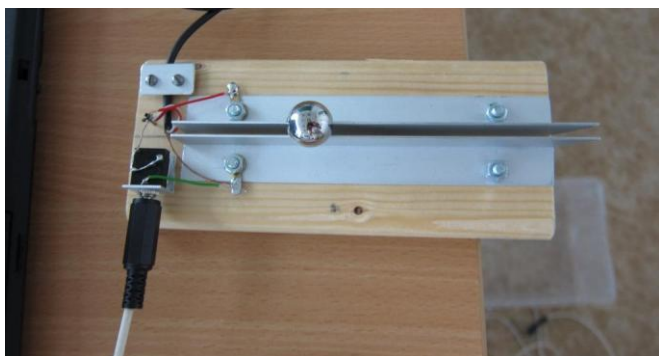


3. Pád kuličky – přesnější měření

Na počátku následující metody měření byl jednoduchý nápad: Necháme kuličku valit po stole a spadnout nás zem. Dokud se valí po desce stolu, "hlučí". Ze záznamu zvuku bude jasné, kdy opustila desku stolu (hluk valení přestane). V záznamu zvuku bude slyšet až náraz nás podlahu. Pomocí Audacity pak lehce změříme dobu pádu.

Leč šedá každá teorie! Zvuk, který slyšíme, když se kulička valí, ve skutečnosti vydává hlavně deska stolu – a ukázalo se, že vibruje ještě skoro desetinu sekundy poté, co kulička už padá! Protože doba pádu se stolu vysokého 75 cm je asi 0,4 s, potřebovali bychom pro výslednou přesnost dejme tomu 5% měřit dobu pádu s přesností asi 20 ms, a začátek pádu s touto přesností ze zvuku prostě neurčíme.

Lze však vymyslet jiný způsob, jak čas začátku pádu určit s přesností dokonce na zlomky milisekundy. Princip a možné řešení ukazuje fotografie. Kovová kulička leží

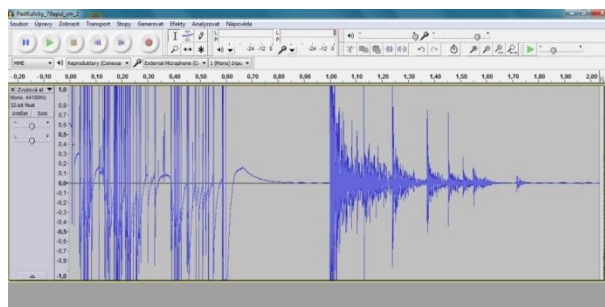


na dvou „kolejničkách“, v našem případě z hliníkových profílů ve tvaru L přišroubovaných na dřevěné destičce. Vzdálenost mezi profily je asi 4 mm. Kolejničky jsou připojeny paralelně k mikrofonu; ten je připojen do mikrofonního vstupu počítače. Dokud kulička leží na kolejničkách, zkratuje mikrofonní vstup; jakmile s kolejniček sjede a

začne padat, zkrat zmizí, což počítač zaznamená jako okamžitou změnu signálu. Mikrofon pak zaznamená zvuk dopadu kuličky.

Fotografie ukazuje v místech dopadu kuličky plastovou krabici. Při dopadu na její dno je zvuk nárazu dostatečně silný, navíc pak nemusíme hledat kuličku zakutálenou bůhvídkde. Mikrofon je vhodné dát blízko krabice, abychom nemuseli počítat s časovým zpožděním daným šířením zvuku; metrová vzdálenost by znamenala 3 ms.

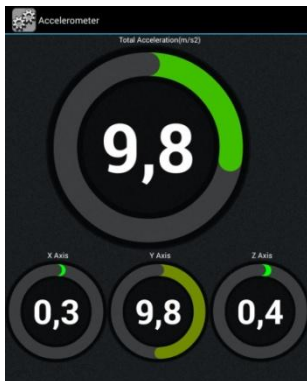
Ve skutečnosti není průběh zaznamenaného signálu tak „idylický“, jak jsme popsali výše. Kulička na kolejničkách zřejmě mírně nadskakuje nebo ztrácí kontakt na místech, kde je hliník kolejniček zoxidován, takže v signálu je spousta rušivých impulzů, viz obrázek vpravo. Naštěstí se bod odpoutání kuličky od kolejniček dá přece jen dobře určit. (Dodejme dvě technické poznámky: 1. Ubývání a překmitnutí signálu po posledním impulsu je zřejmě dáno kondenzátory v mikrofonním vstupu počítače. 2. Kulička musí mít na kolejničkách určitou minimální rychlost, aby se přes koncovou hranu nepřeklápěla pomalu; výpočet ukáže, že pro malou kuličku stačí rychlost asi 40 cm/s.)



Výsledky získané touto metodou dávají g opravdu blízke $9,8 \text{ m/s}^2$. Dokonce lze měřit g i při pádu kuličky z kolejniček na stůl, tedy z výšky pouhých třech centimetrů!

4. Měření pomocí tabletu nebo mobilu

Pro současné tablety a mobily existuje řada aplikací měřících zrychlení. Některé, i dobré, ovšem ukazují hodnoty v násobcích g , což nám při jeho měření příliš nepomůže. (Snad se jen můžeme uklidnit, že v našem okolí má tíhové zrychlení opravdu víceméně standardní hodnotu.)

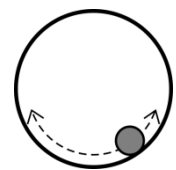


Z aplikací měřících zrychlení na tabletech a mobilech s operačním systémem Android, které jsou zdarma dostupné na Google Play a které opravdu ukáží zrychlení v m/s^2 můžeme pro nejjednodušší měření použít například *Accelerometer* [3], viz obrázek vlevo. Ten prostě ukáže složky zrychlení a jeho velikost s přesností na jedno desetinné místo. Propracovanější *Accelerometer monitor* [4], viz zbývající dva obrázky, ukazuje buď složky zrychlení nebo velikost a směr zrychlení a také časovou závislost těchto veličin. Můžeme si přitom vybrat, za jednotkou budou m/s^2 nebo g .

Pozor ale na přesnost měření! Skutečnost, že se hodnoty zobrazí na dvě nebo tři platné cifry, vůbec nic nezaručuje. (V případě mého tabletu jeho otočení o 90 stupňů vedlo ke změně zobrazené hodnoty velikosti zrychlení z 9,8 na 9,3. Záleží tedy na tom, jak kvalitní je senzor našeho přístroje a jak dobře je kalibrován.)

5. Kulička v trubce jako kyvadlo

Další z netradičních možností, kdy výpočet je spíše záležitostí vysokoškolskou. Kulička se valí uvnitř válce a koná tak kmitavý pohyb. Spočteme-li jeho periodu (v rámci teoretické mechaniky si vzpomeneme na část Malé kmity), zjistíme, jak závisí na g . Periodu můžeme opět měřit pomocí Audacity; ze záznamu zvuku valící se kuličky lehce poznáme maxima a minima její rychlosti. Konkrétní měření (pro kuličku o průměru 1 cm v trubce o vnitřním průměru 3,6 cm) dalo po výpočtu hodnotu g asi $9,7 \text{ m/s}^2$.



6. Závaží na pružině

Závaží na pružině je oblíbeným příkladem pro ilustraci kmitavého pohybu. Kupodivu se jím dá změřit i tíhové zrychlení – a to aniž bychom znali hmotnost závaží a tuhost pružiny! Stačí změřit, o kolik se pružina při zavěšení závaží prodlouží (v našem případě to bylo o $x = 14 \text{ cm}$), a periodu kmitů (v našem případě $T = 0,76 \text{ s}$). Dosadíme-li

tyto hodnoty do výrazu $4\pi^2 x/T^2$, dostaneme hodnotu (v našem případě 9,6 m/s²), která udává g určené touto metodou.

Proč je tomu tak? Stačí zkombinovat vztahy pro periodu kmitu a prodloužení pružiny při zatížení závažím. Hmotnost a závaží i tuhost pružiny se zkrátí a dostaneme výsledek. (Poznamenejme, že přitom zanedbáváme hmotnost pružiny, ale není-li závaží extrémně lehké, tak to výsledek příliš neovlivní.)

7. Mince v balónku

Pokus musíte vidět, nebo raději si ho vyzkoušet, jinak neuvěříte. Vložte do nafukovacího balónku vroubkovanou minci (vyhoví koruna), balónek nafoukněte, držte oběma rukama a pohybujte s ním kruhovým pohybem (osa pohybu je vodorovná). Mince nejdřív v balónku poskakuje, ale po několika pokusech se podaří, že začne obíhat (valit se) po vnitřní straně balónku. Protože mince je vroubkovaná, membrána balónku se chvěje, jak do ní vroubky narážejí, a my slyšíme tón, tím vyšší, čím se mince pohybuje rychleji. Z výšky tónu lze určit rychlost mince. Když je mince v balónku dole, je rychlost vyšší, než když je mince nahoře. Rozdíl je dán rozdílnou potenciální energií dole a nahoře. A protože rozdíl potenciálních energií je úměrný g, můžeme z frekvencí (naměřených třeba opět pomocí Audacity) a poloměru balónku a mince hodnotu g vypočítat. Měření vychází lépe, když už se mince koulí v balónku pomaleji. (Relativní rozdíl frekvencí zvuku v případech, kdy je kulička nahoře a dole, je totiž vyšší.) I toto hodně netradiční měření dává hodnoty asi 9,5 až 9,6 m/s².

Závěr

Doufám, že i bez podrobnějších výpočtů, které se již do tohoto příspěvku nevešly, mohou být některé z výše uvedených metod inspirací pro využití s vašimi žáky a studenty. Mnoho zdaru při těchto a podobných pokusech!

Literatura

- [1] Dvořák L.: *Další nápady z Malé Hraštic 2: „špagetová fyzika“*. In: Sborník konference Veletrh nápadů učitelů fyziky 17. Ed. Z. Drozd, Praha 2012. s. 69-73. Dostupné online na <http://vnuf.cz/sbornik/prispevky/17-09-Dvorak.html> .
- [2] Dvořák L.: *Další nápady z Malé Hraštic 3: co lze měřit na člověku*. In: Sborník konference Veletrh nápadů učitelů fyziky 18. Ed. M. Křížová, Hradec Králové 2013. s. 34-38. Dostupné online na <http://vnuf.cz/sbornik/prispevky/18-03-Dvorak.html> .
- [3] Daniel Jesús Pérez García: *Accelerometer*. Dostupné online na <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.danijepg.Accelerometer&hl=cs>
- [4] Keuwlsoft: *Accelerometer monitor*. Dostupné online na <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.keuwl.accelerometer&hl=cs>