

Jak věci padají (ve vzduchu)

LEOŠ DVOŘÁK

Katedra didaktiky fyziky, Matematicko-fyzikální fakulta UK

Abstrakt

Příspěvek ukazuje, jak pomocí jednoduchých pokusů s pádem těles demonstrovat, že síla odporu prostředí je úměrná druhé mocnině rychlosti a jak přitom přibližně určit koeficient odporu. Ilustruje také, jak při měření a zpracování výsledků užít prostředky ICT (video natočené běžným fotoaparátem, programy Tracker a Excel) a upozorňuje, že problematika koeficientu odporu prostředí není tak jednoduchá, jak si při pohledu na klasický školní vzoreček často představujeme.

Úvod

Bez odporu prostředí věci na Zemi padají samozřejmě volným pádem s tíhovým zrychlením g . Při pádu v odporujícím prostředí – budeme přitom vždy uvažovat vzduch – podle teorie jejich pád brzdí odporová síla

$$F_o = \frac{1}{2} C S \rho v^2, \quad (1)$$

kde v je rychlost tělesa, ρ hustota vzduchu, S plocha příčného průřezu tělesa a C koeficient odporu, který závisí na tvaru tělesa. Tento vzorec najdeme třeba ve středoškolské učebnici mechaniky [1]. Koeficient odporu je tam uveden například pro kouli, jeho hodnota se uvádí $C = 0,48$.

Při pádu tělesa hmotnosti m ve vzduchu se po nějaké době prakticky vyrovná tíhová síla mg s odporovou silou. Těleso pak padá *mezní rychlostí* v_m , pro niž z (1) a $F_o = mg$ plyne

$$v_m^2 = \frac{2mg}{C S \rho}. \quad (2)$$

Jak ověřit, že odporová síla je skutečně úměrná druhé mocnině rychlosti?

Vztah (2) na to poskytuje zřejmý návod: Když k tělesu přidáme zátěž, takže bude dvakrát těžší (a nezměníme přitom jeho tvar ani rozměry), vzroste rychlost pádu podle dané teorie $\sqrt{2}$ -krát (tedy asi o 40 %). Když bude těleso čtyřikrát těžší, vzroste rychlost na dvojnásobek. A to lze pokusem ověřit. Kdyby

byla odporová síla úměrná jen první mocnině rychlosti, byly by rychlosti pádu dvakrát a čtyřikrát větší než s původní hmotností – a to už je výrazný rozdíl, který se projeví i v jednoduchých pokusech.

Navíc, když změříme rychlost pádu, můžeme zřejmě určit i hodnotu koeficientu odporu prostředí; z (2) přece okamžitě vidíme, že

$$C = \frac{2mg}{S\rho v_m^2}. \quad (3)$$

Takže se zdá, že vše je naprosto jednoduché a každý, kdo je vybavený pravítkem, stopkami a kalkulačkou, může potřebné ověření provést a příslušné veličiny proměřit... Nebo ne? Pojďme se na několik pokusů s jednoduchými pomůckami, které lze udělat ve třídě, podívat trochu podrobněji a ukázat jak jejich výhody, tak omezení a záludnosti.

Nejjednodušší demonstrační pokus

Za pokus, kterým začneme, musím vzdát díky dnes už nežijícímu profesoru *Ericu Rogersovi*, což byla slavná osobnost v oboru fyzikálního vzdělávání. Pokus jsem viděl na jeho přednášce v roce 1985 na konferenci v maďarském Balatonalmádi, a nepřestává se mi líbit dodnes.

Stačí k němu list kancelářského papíru A4. Ze stran jej ohneme, takže vznikne jakési „korýtko“. Díky tomu se při pádu ve vzduchu příliš nekývá do stran a padá vcelku „civilizovaně“. (Ohnuté okraje nemohou být příliš úzké, to by se papír příliš kolébal, vyhoví ohnutí v šířce 3 cm.)



Obr. 1 „Korýtko“ z papíru A4 pro demonstraci pádu s odporem prostředí

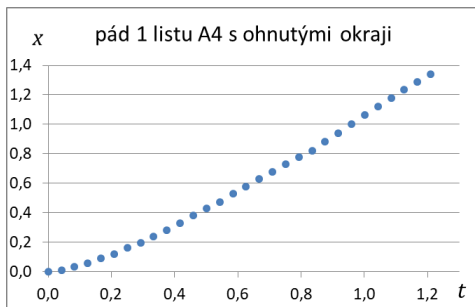
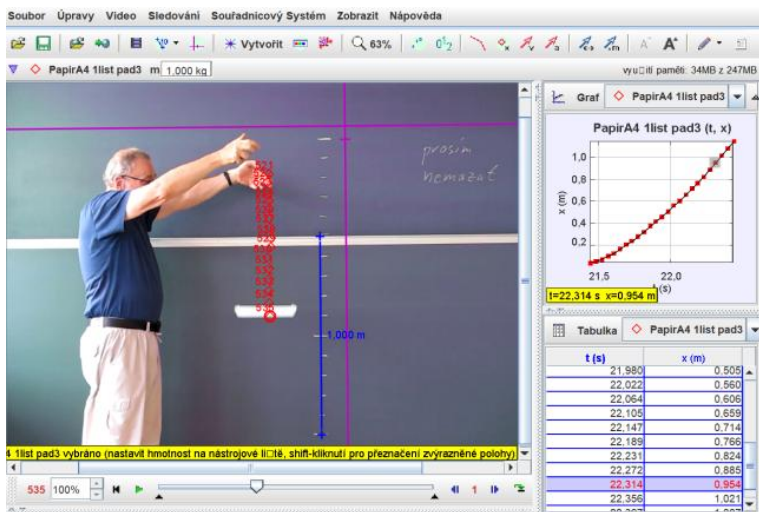
Žáky resp. studenty požádáme o měření času, zvedneme „korýtko“ oběma rukama co nejvýš a pustíme. (V mladším věku jsem přitom lezl na stůl, aby papír padal z co největší výšky.) Papír padá relativně pomalu, takže čas pádu jde alespoň přibližně určit celkem dobře. Čas pádu zapíšeme.

Pak dovnitř „korýtko“ vložíme na polovinu přeložený papír A4, tím se tíhová síla zvětší dvakrát. Se žáky/studenty dojdeme úvahou k tomu, že kdyby odporová síla byla přímo úměrná rychlosti, měla by rychlost pádu vzrůst dvakrát. Při pádu ze stejné výšky by tedy čas měl klesnout na polovinu. Pokus ale ukáže, že klesne jen asi na 70 %. Teprve, když do „korýtko“ dáme tři papíry (takže tíhová síla bude čtyřnásobná), klesne doba pádu zhruba na polovinu původní doby. Odtud je vidět, že $F_o \sim v^2$.

S patřičným komentářem jde o pokus přesvědčivý. Je ovšem jasné, že poměry časů budou jen přibližné. Jednak ruční měření stopkami, ať už skutečnými či na mobilu, není příliš přesné. A navíc, při pokusu měříme vlastně průměrnou rychlost pádu, nikoli mezní rychlost v_m . Používat vztah (2) je tedy vlastně docela odvážné. (Ještě se mi nestalo, že by to studenti označili „pěknou lumpárnu“, ale možná to některé už napadlo...) Je proto myslím důležité neskrývat, že jde jen o určité přiblížení, s nímž můžeme pracovat jen díky tomu, že reálně se rychlost ustálí již vcelku brzy po začátku pádu.

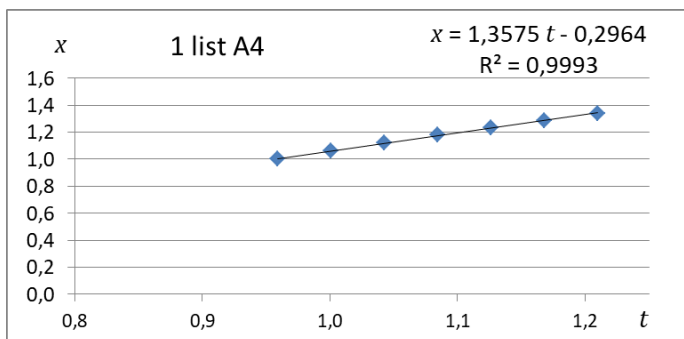
Jak padá „korýtko“ z papíru: měření

Abychom se přesvědčili, jak pád „korýtko“ z papíru probíhá, můžeme ho natočit na video a to pak analyzovat v programu Tracker (viz např. [4]). V našem případě bylo video natočeno obyčejným fotoaparátém, konkrétně starším typem Canon PowerShot S52, se snímkovou frekvencí 24 snímků/s. „Korýtko“ padalo před tabulí, na níž byly nakresleny značky, které umožňují nastavit v programu Tracker kalibraci pro odečítání délek. Fotoaparát byl od tabule vzdálen 3 metry, přední hrana „korýtko“ byla asi 25 cm od tabule. Program Tracker pro videoanalýzu byl ve verzi 5.05, data (polohy v různých časech) byla exportována do Excelu. Příklad analýzy i výsledného grafu ukazuje obr. 2. (Poznámka: Časové údaje z videoanalýzy samozřejmě dávají čas od začátku nahrávání videa, pro graf od nich byl odečten čas, kdy předmět začal padat, aby čas v grafu začínal od nuly. Podobně byl upraven i počátek souřadnice x .)



Obr. 2 Měření pádu „korýtka“ z papíru A4 – analýza videa v programu Tracker a graf výsledků v Excelu

Z grafu je dobře vidět, že pohyb je po několika desetínách sekundy zřejmě už s dobrou přesností rovnoměrný a rychlost je tedy už blízka mezní rychlosti. Rychlost ke konci pádu můžeme z grafu pohodlně určit tak, že necháme Excel proložit daty (až od určitého času) lineární spojnici trendu, jak to ukazuje obr. 3.



Obr. 3 Určení rychlosti ke konci pádu proložením spojnice trendu v Excelu (tedy lineární závislosti souřadnice na čase)

Ze zobrazené rovnice spojnice trendu pak už okamžitě vidíme rychlost pádu, z obr. 3 tedy odečteme, že rychlost je 1,3575 m/s. (Počet desetinných míst, na něž má být údaj zobrazen, si lze v Excelu zvolit.) Tuto hodnotu už můžeme prakticky vzít za mezní rychlost.

Ovšem pozor! Nesmíme si myslet, že když z počítače odečteme hodnotu na tolik desetinných míst, těleso opravdu padalo s takto přesnou rychlostí! Což o to, nám je to asi všem jasné, ale musíme tuto svůdnou představu „vyšlo to na počítači, tak to tak je“ vyvrátit u našich žáků a studentů.

K vyvrácení dané představy může pomoci opakované měření. V našem případě jsem v rámci jednoho videozáznamu nechal papírové „korýtko“ padat osmkrát. Analýza videa dala ve dvou případech hodnoty, které se výrazněji odlišovaly od ostatních. Zřejmě šlo o hrubé chyby, způsobené patrně výrazným kolébáním, otáčením nebo klouzáním papírového „korýtko“. Zbýlých šest měření dalo rychlosti 1,309, 1,358, 1,461, 1,411, 1,451 a 1,366 m/s. Průměr z těchto hodnot byl 1,393 m/s, směrodatná odchylka byla 0,054 m/s. Uvádět rychlost na tisíciny m/s nebo přesněji tedy zjevně postrádá smysl.

Výsledky měření – a co nám říkají o jednoduchém demonstračním pokusu

Když vezmeme uvedený průměr rychlostí, tedy asi 1,39 m/s, za hodnotu mezní rychlosti a spočteme podle vztahu (3) hodnotu koeficientu odporu, dostaneme $C \doteq 1,20$.

To je až překvapivě dobrý výsledek. Wikipedie na stránce [5] uvádí pro plochou desku hodnoty koeficientu C jednak 1,17 (v malém obrázku na stránce vpravo) a jednak 1,28 (v tabulce). Hodnoty pocházejí z různých zdrojů a jejich

rozdílné hodnoty ukazují, že v určení hodnot C zdaleka nemusí panovat shoda. K tomu, že pro stejné tvary těles může být C různé, se ještě vrátíme u pádů koulí.

Při jednoduchém měření v rámci demonstračního pokusu ovšem měříme celkový čas pádu a z něj dostaneme průměrnou rychlost pádu. V našem případě pádu „korýtka“ z jednoho listu papíru je průměrná rychlost asi 1,08 m/s (opět vypočteno z šesti měření). To je asi 78 % mezní rychlosti. Šlo o pády z výšky necelých 1,5 m, při pádu z větší výšky (například když pro puštění tělesa vylezeme na stůl) si průměrná a mezní rychlost budou bližší.

Ani stanovení mezní rychlosti analýzou videa ovšem nedá v našem jednoduchém pokusu pro závislost odporu prostředí na rychlosti nijak zvlášť přesné výsledky. Tabulka 1 ukazuje naměřené mezní rychlosti pro jeden papír tvořící „korýtka“ a při zatížení dalšími listy papíru. Teoreticky by mezi rychlosti pádu měly být vyšší, $\sqrt{2}$ -krát, $\sqrt{3}$ -krát a $\sqrt{4}$ -krát. Při praktickém měření jsou tyto poměry asi o 5 % nižší, v jednom případě je rozdíl ještě větší. (Přitom rychlosti byly vždy určovány z více měření.) Bylo by asi vhodné tato měření zopakovat a snažit se je zpřesnit; zde schválně prezentuji i méně přesné výsledky, aby bylo vidět, že hodnoty někdy nemusí příliš „sedět“.

Tab. 1. Mezní rychlosti pádu „korýtek“ z papírů A4, zatížených zevnitř dalšími listy papíru. v_m/v_{m1} je poměr mezní rychlosti k rychlosti korýtka z jediného listu. Ve vedlejším sloupci je $\sqrt{(F/F_1)}$ odmocnina poměru tíhových sil, té by se poměr v_m/v_{m1} měl rovnat. (Ve dvou posledních sloupcích by tedy v ideálním případě měly být stejné hodnoty.)

Počet listů A4	Hmotnost (g)	v_m (m/s)	v_m/v_{m1}	$\sqrt{F/F_1}$
1	5	1,39	1,00	1,00
2	10	1,90	1,36	1,41
3	15	2,17	1,56	1,73
4	20	2,61	1,87	2,00

Průměrné rychlosti, které by se určovaly z celkové dráhy a celkového času, by vedly k ještě o něco horším poměrům. (Pro celkovou zátěž 4 listů papíru vychází průměrná rychlost jen asi 1,7krát vyšší než pro jediný list papíru.)

Co si z toho odnést

Můžeme uzavřít, že daný demonstrační pokus umožňuje rozhodnout, jestli je odporová síla úměrná první nebo druhé mocnině rychlosti, ale přesnější výsledek nedá. Je to asi způsobeno i tím, že „korýtka“ přece jen nepadají přesně svisle, mohou při pádu trochu klouzat do stran, kývají se, někdy také natáčíjí, takže rozhodně nejde o případ, kdy by jejich spodní plocha byla přesně kolmá na směr jejich rychlosti.

Poznamenejme ještě, že uvedené nepřesnosti se ještě více projevují v hodnotách koeficientu C , pro více zatížené „korýtka“ dostáváme až neadekvátně vyšší hodnoty. U vyšších zatížení se možná projevuje fakt, že rychlost ke konci pádu ještě není dostatečně blízká mezní rychlosti, tento vliv uvidíme v dalších pokusech. Jednoduchý pokus s papírovými „korýtky“ proto zřejmě není příliš vhodný k určování hodnot C .

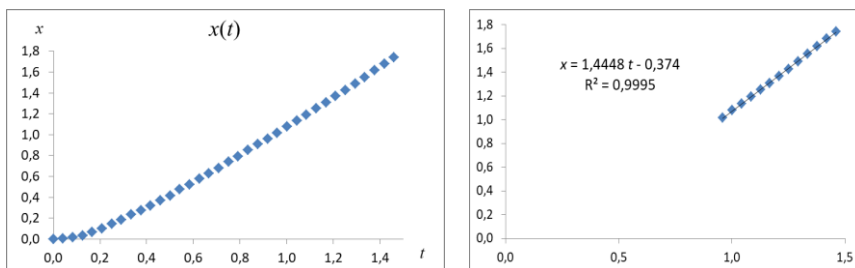
Pád papírových cukrářských košíčků

Na internetu lze najít řadu stránek, kdy se k pokusu s padáním těles používají kávové filtry, viz např. [6]. Jejich výhodou je, že se dají skládat do sebe a lze tak lehce měnit tíhovou sílu, podobně, jako jsme to u papírového „korýtka“ dělali přidáváním listů papíru. Navíc padají opravdu stabilně, nekývou se. V našem případě jsme užili podobně vypadající cukrářské košíčky na muffiny, viz obr. 4. Košíčky měly průměr 7 cm, hmotnost 0,312 g.



Obr. 4 Papírové cukrářské košíčky, které se hodí pro pokusy s pády

Obr. 5, získaný opět z dat z videa analyzovaného v Trackeru, ukazuje, že se rychlost velmi brzy ustálí, mezní rychlost tedy můžeme odečíst přímo z grafu proložením lineární závislosti body ve vyšších časech, viz obr. 5 vpravo.



Obr. 5 Pád papírového cukrářského košíčku

Následující tabulka ukazuje takto zjištěné mezní rychlosti pro jeden a několik složených košíčků. Hodnoty v tabulce jsou průměrem vždy z pěti analyzovaných pádů, navíc jsou už korigovány na to, že košíčky padaly zhruba 10 cm před tabulí.

Tab. 2. Mezní rychlosti pádu papírových košíčků (jednoho resp. více složených do sebe). v_m/v_{m1} je poměr rychlosti více složených košíčků k rychlosti jediného košíčku.

Počet košíčků	v_m (m/s)	v_m/v_{m1}	C
1	1,39	1,00	0,70
2	2,05	1,47	0,64
4	2,89	2,06	0,66
9	3,79	2,73	0,86

Vidíme, že pro 2 a 4 košíčky složené do sebe poměr v_m/v_{m1} zhruba odpovídá očekávaným hodnotám. I vypočtené hodnoty koeficientů C jsou s jistými odchylkami vcelku podobné, odchylky jsou menší než deset procent. Pro 9 košíčků však už výsledek příliš „nesedí“.

Je to dáno tím, že pád už je rychlejší, trvá kratší dobu, a rychlost pádu se nestací dostatečně přiblížit mezní rychlosti.

Bylo by proto dobré mít představu, minimálně pro případné šťouravé dotazy žáků a studentů, jak se rychlost pádu přibližuje mezní rychlosti. V tom nám pomůže trocha teorie.

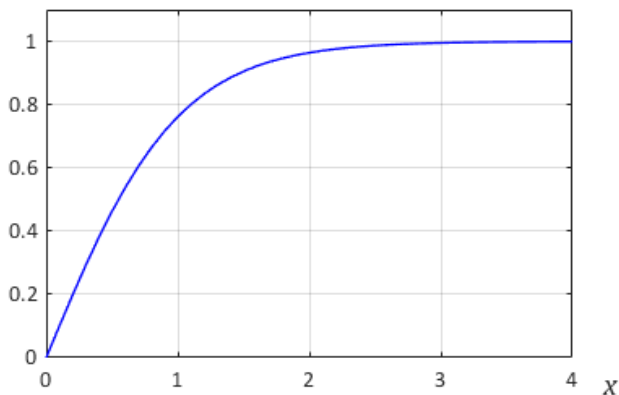
Pád pod vlivem odporové síly úměrné v^2 : teorie

Spočítat, jak se těleso pohybuje, když na něj působí síla $F_x = mg - \frac{1}{2}CS\rho v_x^2$, je věcí vysokoškolské fyziky. Odvození na pokročilé středoškolské úrovni (ovšem s využitím Wolfram Mathematica případně s alternativním zdůvodněním typu „v tomto bodě se zeptáme matematiků, a ti nám řeknou, že ...“) je uvedeno v článkách [2] a zejména [3]. (V nich jde o padající kouli, ale výsledek obecně platí pro i pro jiná tělesa.)

Rychlost pádu vychází

$$v_x = v_m \operatorname{tgh}(t/\tau). \quad (4)$$

Zde v_m je mezní rychlost, konstanta τ je charakteristická doba přibližování rychlosti k rychlosti mezní a funkce tgh je *hyperbolická tangenta*. (Můžeme ji najít na lepších kalkulačkách.) Průběh této funkce ukazuje obr. 6. Vidíme (resp. na kalkulačce si lze ověřit), že pro $t = \tau$ je $v \doteq 0,76v_m$, pro $t = 2\tau$ je $v \doteq 0,96v_m$. S rostoucím poměrem t/τ pak odchylka rychlosti od rychlosti mezní exponenciálně klesá.



Obr. 6 Průběh funkce $\operatorname{tgh}(x)$ ukazuje, jak se rychlost s časem blíží rychlosti mezní

Chceme-li ze záznamu pádu tělesa určovat jeho mezní rychlost, je zřejmé, bychom to měli dělat až v časech vyšších než asi 2τ . (A ještě raději pro $t > 3\tau$, to už je odchylka rychlosti od mezní rychlosti menší než půl procenta.) Přitom charakteristická doba a mezní rychlost jsou svázány vztahem

$$v_m = g \tau . \quad (5)$$

Z rychlosti lze spočítat i závislost souřadnice na čase, viz [3] nebo nějakou VŠ učebnici mechaniky. Výsledek má tvar

$$x = g \tau^2 \ln(\cosh(t/\tau)) . \quad (6)$$

Funkční závislost vypadá na první pohled složitě, ale spočítat její hodnoty na kalkulačce není problém. Jak ale dopadne srovnání této teorie s experimentem?

Porovnání teorie a experimentu: padající papírové košíčky

Porovnat teorii a realitu můžeme právě na příkladu padajících devíti papírových košíčků složených v sobě.

„Fitování“ teoretické závislosti

Zkusíme tedy na naměřená data „nafitovat“ závislost (6). Fitování můžeme dělat v Excelu pomocí doplňku Řešitel. Možná jej budete muset v Excelu zapnout resp. zavést. Stojí to za to, je to užitečná věc.

Ovšem pozor, závislost (6) platí pro případ, kdy pohyb začal přesně v čase $t = 0$ a souřadnice x měla v tom okamžiku také nulovou hodnotu. Data z Trackeru můžeme samozřejmě posunout tak, že pád bude přibližně začínat v čase 0 s hodnotou souřadnice 0, ale „ručně“ se přesně nestrefíme.

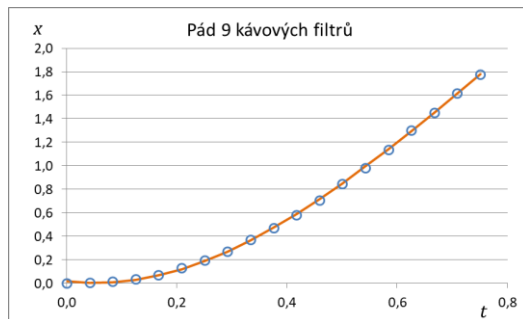
Naštěstí komponenta Řešitel v Excelu umožňuje „fitovat“ závislost i s několika parametry. V našem případě jde o závislost

$$x = g \tau^2 \ln(\cosh((t-t_0)/\tau)) + x_0 . \quad (7)$$

Řešitel tedy necháme optimalizovat parametry x_0 , t_0 a τ . Výchozí hodnoty pro x_0 a t_0 přitom budou nulové; výchozí hodnotu τ pak odhadneme z (5) jako $\tau = v/g$, kde za v vezmeme rychlost ke konci pádu. Řešitel už si pak správné hodnoty parametrů dopočítá. (Omlouvám se, že návod, jak fitování provádět, zde neuvádím, už by tento článek příliš protáhl, zde nám jde spíše o získané výsledky.)

Výsledky

Porovnání naměřených hodnot se závislostí (7) pro parametry nalezené Řešitelem na obr. 7 ukazuje, že teorie vystihuje skutečný pád opravdu dobře.



Obr. 7 Pád devíti složených papírových košíčků: proložení závislosti (7) naměřenými daty. Modré kroužky ukazují naměřené polohy tělesa, oranžově je teoretická závislost pro parametry nalezené Řešitelem.

Zjištěná charakteristická doba pro přibližování rychlosti k mezní je $\tau \doteq 0,44$ s. Je vidět, že ani na konci pádu není t větší než 2τ , takže mezní rychlost opravdu nemůžeme vzít jako rovnou rychlosti na konci pádu, dopustili bychom se chyby.

Správnou mezní rychlost můžeme vypočítat z τ pomocí vztahu (5). Dostaneme $v_m \doteq 4,34$ m/s, tedy jasně více, než jsme uvedli v tabulce 2, kde šlo o rychlost ke konci pádu.

Poměr proti rychlosti pádu jednoho košíčku je asi 3,12, tedy blízký hodnotě 3, kterou očekáváme podle teorie. (9krát větší síle má odpovídat 3krát větší rychlost.) Rovněž koeficient C , který ze získané rychlosti vypočteme, dává hodnotu 0,64, srovnatelnou s hodnotami třeba pro 2 nebo 4 složené košíčky. Poznamenejme, že u složených košíčků ty horní poněkud přečnivají, takže vlastně jde o těleso trochu jiného tvaru, takže asi ani nemůžeme očekávat, že by koeficienty C byly naprosto stejné.

Pád polystyrenových koulí

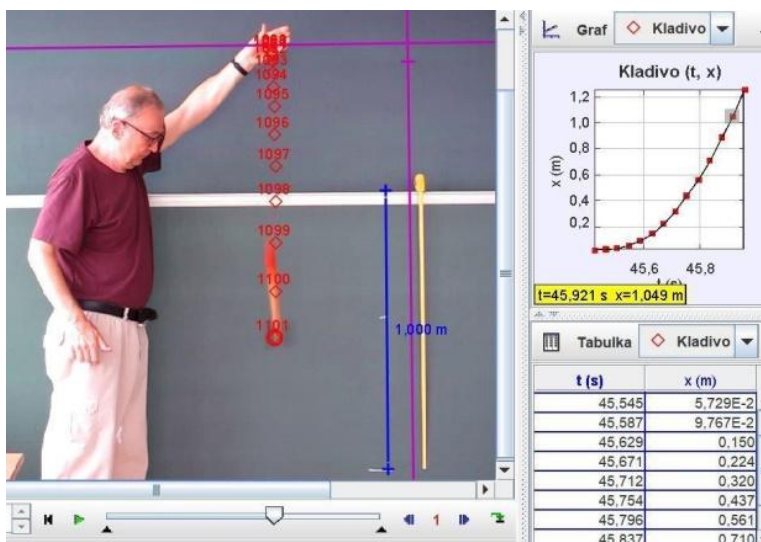
Pokusy s pádem těles jsem začal podrobněji zkoumat na „hraštickém soustředění pro budoucí učitele fyziky a spřízněné duše“ v roce 2021. Většinou šlo o pád kuželů vystřižených z papíru; výsledky jsou stručně popsány ve webo-

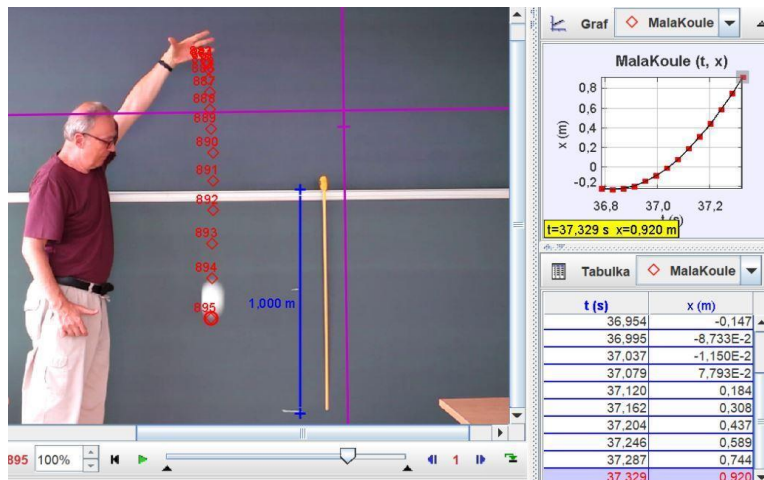
vém dokumentu [7]. Pádu kuželů by bylo potřeba se věnovat blíže a zpřesnit měření z [7]; na to však už v tomto příspěvku nezbude místo, snad jindy a jinde.

Pádu koulí však stojí za to věnovat pozornost. Jednak proto, že se často uvádí jako „typický školní“ příklad pádu v odporujícím prostředí. A za druhé proto, že měření na hračtickém soustředění se ukázala být zjevně nepřesná. Koule jsme sice nechali padat až z výšky 3,5 m, ale problém zřejmě byl se správnou kalibrací délek při natáčení videa. Koeficient C vycházel příliš malý (jen asi 0,32), což celé měření dost znevěhodnilo.

Při měřeních v přípravě na Veletrh nápadů byly natočeny pády koulí z pěnového polystyrénu o průměrech 10 cm (plná koule, hmotnost 13,36 g) a 16 cm (dutá koule, hmotnost 26,98 g). Pády byly natáčeny fotoaparátlem z maximální možné vzdálenosti v katedrální učebně, což bylo 6,3 m. Koule padaly z výšky asi 1,5 metrů, 35 cm před tabulí, na níž byly vyznačeny značky délky; souřadnice pádu se po analýze natočeného videa přepočítávala příslušným korekčním faktorem.

Abych zkontroloval, že tato korekce a vše ostatní odpovídá (například, že „nelžou“ údaje o době mezi jednotlivými snímky videa), natočil jsem pád tělesa, které téměř není ovlivněno odporem vzduchu: konkrétně šlo o kladivo. Analýzu videí s pádem kladiva a s pádem polystyrenové koule ilustruje obr. 8.

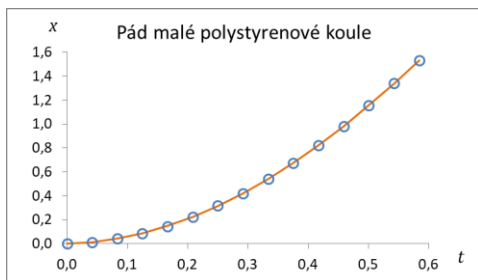




Obr. 8 Pád kladiva (pro kontrolu) a pád malé polystyrenové koule

Daty s pádem kladiva jsem nechal v Excelu proložit kvadratickou závislost, tedy parabolou. (Vždy zvlášť pro každé měření, kladivo jsem nechal padat čtyřikrát.) Kvadratický člen v proložené závislosti je polovina zrychlení. Po započtení korekce na vzdálenost pádu kladiva od tabule vyšlo jeho zrychlení $(9,78 \pm 0,03) \text{ m/s}^2$. To lze považovat za dobrou kontrolu správnosti celého uspořádání a měření. Navíc kladivo při pádu na vrstvu molitanu na podlaze (nechtěl jsem kladivem devastovat podlahu v učebně) nechalo na molitanu stopu; při pádu koule se pak dalo dobře kontrolovat, že padá ve stejných místech, jako kladivo.

Proložení závislosti (7) daty pro pád malé polystyrenové koule ukazuje obr. 9, proložená křivka zjevně pád vystihuje dobře.



Obr. 9 Pád malé polystyrenové koule a proložení závislosti (6)

Při zpracování dat se ukázalo jako velmi důležité provést korekci na vztlak, viz (2). (Člověk může mít tendenci vliv vztlaku zanedbat, ale to by vedlo ke značným odchylkám ve výsledcích.)

Výsledky (získané z šesti a sedmi měření) shrnuje tabulka 3.

Tab. 3. Mezní rychlosti pádu a vypočtené hodnoty koeficientu odporu prostředí pro pád polystyrenových koulí. C_{\min} a C_{\max} udávají rozmezí koeficientů odporu, které vychází z nejistoty v určení mezní rychlosti.

Průměr koule (cm)	Mezní rychlost (m/s)	C	C_{\min}	C_{\max}
10	$(7,64 \pm 0,29)$	0,48	0,43	0,50
16	$(6,60 \pm 0,39)$	0,51	0,46	0,58

Výsledné hodnoty C dobře souhlasí s tabulkovými hodnotami, je ovšem vidět, že přesnost zde není příliš velká. (Je to dáno už tím, že ve vztahu (3) je v_m v druhé mocnině, nepřesnost 5 % v určení v_m proto znamená nepřesnost zhruba 10 % v určení C .) Přesto je vidět, že pomocí teoretické závislosti (6) resp. (7) lze koeficient odporu přibližně určit i při pádu z poměrně malé výšky 1,5 m.

Je ovšem dobře uvědomit si, že ač se o koeficientu odporu C někdy mluví jako o konstantě, ve skutečnosti konstantní není, závisí na tzv. Reynoldsově čísle, viz např. (3) nebo (5). Navíc, jak je uvedeno v [7] s odkazem na literaturu, různí autoři uvádějí v případě koule pro C hodnoty v rozsahu od 0,4 do 0,51 a někdy dokonce i mimo tento rozsah...

Závěr

Z dosavadních pokusů a jejich analýzy si lze zřejmě odnést několik poučení a doporučení.

Za první: Chcete-li jednoduše přibližně demonstrovat, že síla odporu vzduchu roste s druhou mocninou rychlosti, využijte pokusy s pádem „papírového korýtka“ nebo papírových košíčků. Ale buďte připraveni na to, že pokusy budou vycházet jen přibližně – zejména pokud budete rychlost jednoduše počítat z celkového času a celkové délky pádu (tedy půjde o průměrnou rychlost).

Za druhé: Hlavně když budete pracovat s průměrnou rychlostí pádu, snažte se mít výšku pádu co největší: vylezte na stůl, pouštějte předměty ze štaflí, apod. (Ale samozřejmě pozor na bezpečnost práce...)

Za třetí: I když za mezní rychlost berete nikoli rychlost průměrnou, ale rychlost na konci pádu (zjištěnou např. analýzou videa), přesvědčte se, že doba

pádu je dostatečně dlouhá. Tedy že je minimálně dvoj- až trojnásobkem charakteristické doby τ . Tu můžete odhadnout ze vztahu (5). Z výsledků pokusů uvedených výše lze odhadnout, že při pádu z asi 1,5 m je rychlost na konci pádu blízká mezni, když jde o rychlosti do asi 2 m/s. Pro vyšší rychlosti už mohou být odchylky výsledků výraznější.

Za čtvrté: Když výsledky „nesedí“, můžete zkusit naměřenými daty proložit závislosti (7). To už je ovšem spíš postup do semináře pro pokročilejší zájemce.

Za páté: Když budou výsledky stále odlišné od tabulkových, zkuste samozřejmě hledat chyby v měření či analýze dat. Ale obecně si buďte vědomi toho, že přesněji určit hodnotu koeficientu C není vůbec jednoduché, a že se leckdy rozcházejí i hodnoty v seriózních pramenech.

Přeji vám, ať se vám pokusy daří co nejlépe – a vymyslíte-li nějaká jejich vylepšení, nezapomeňte je dát vědět nám ostatním.

Literatura

- [1] Bednařík M., Široká M.: *Fyzika pro gymnázia. Mechanika*. Prometheus, Praha 2000, ISBN 80-7196-176-0.
- [2] Dvořák L.: *Jak provokovat, když dostanete úlohu o pádu železné a dřevěné koule I*. Rozhledy matematicko-fyzikální 96 (č. 2, 2021), s. 57-67.
- [3] Dvořák L.: *Jak provokovat, když dostanete úlohu o pádu železné a dřevěné koule II*. Rozhledy matematicko-fyzikální 96 (č. 3, 2021), s. 59-68.
- [4] Tracker. Video analysis and modelling tool. [cit. 18. 8. 2022] Dostupné online: <https://physlets.org/tracker/>
- [5] Wikipedia: The Free Encyclopedia: *Drag Coefficient*. [cit. 22: 8. 2022] Dostupné online: https://en.wikipedia.org/wiki/Drag_coefficient
- [6] Allain R.: Let's Study Air Resistance – With Coffee Filters. [cit. 24. 8. 2022] Dostupné online: <https://www.wired.com/2017/04/lets-study-air-resistance-coffee-filters/>
- [7] Dvořák L.: *Co jsem dělal o prázdninách na Hrašticí 2021: Pád kuželů a koulí ve vzduchu aneb zjištění, že leccos je trochu jinak a že bude třeba měřit přesněji*. [cit. 23. 8. 2022] Dostupné online: <https://kdf.mff.cuni.cz/hrastice/2021/pad-kuzelu-a-kouli-ve-vzduchu-leos-dvorak.pdf>