

## Akustické hrátky s interface PASCO 850

Jan Hrdý

Gymnázium Jana Pivečky a SOŠ Slavičín

Abstrakt

*Tento příspěvek se stručně zabývá matematickou teorií dvoukanálových akustických a elektrických rázů i jejich generováním s využitím interface PASCO 850 a nově také s využitím chytrých telefonů nebo tabletů. Pozornost je věnována i zajímavé a dosud málo probádané problematice generování vícekanálových rázů ve školních podmínkách.*

### 1. Matematický popis akustických a elektrických rázů

**Rázy** neboli **zázněje** vznikají při skládání (superpozici) dvou nebo více kmitavých pohybů nebo vlnění, která jsou nejčastěji mechanického nebo elektrického původu. Rázy jsou nejvýraznější v případě, kdy frekvence obou pohybů nebo vlnění se jen nepatrně liší. Toho se např. využívá při *ladění* hudebních nástrojů. Jestliže skládáme dva kmity nebo dvě vlny o frekvencích  $f_1$  a  $f_2$ , je počet výsledných rázů za jednu sekundu dán vztahem

$$n = |f_2 - f_1|.$$

Protože lidské ucho je schopno běžně rozlišit maximálně 10 rázů za sekundu (trénované až 16 rázů za sekundu), nemá smysl při generování rázů skládat pohyby nebo vlnění s větším rozdílem frekvencí než 10 Hz. Daleko zajímavější situace nastane, když rozdíl frekvencí je menší než 1 Hz, protože potom jsou rázy delší než 1 sekunda a tedy hodně výrazné.

Z matematického hlediska se vlastně jedná o součet dvou harmonických funkcí – obvykle funkcí sinus. Dále předpokládáme, že amplitudy obou kmitů (vln) jsou stejně velké a mají jednotkovou velikost:

$$\begin{aligned} y_1 &= \sin(\omega_1 t) = \sin(2\pi f_1 t) \\ y_2 &= \sin(\omega_2 t) = \sin(2\pi f_2 t) \\ y &= y_1 + y_2 = \sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t) \\ y &= \sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t) \\ y &= 2 \cdot \sin \frac{2\pi f_1 t + 2\pi f_2 t}{2} \cdot \cos \frac{2\pi f_1 t - 2\pi f_2 t}{2} \\ y &= 2 \cdot \sin \left[ 2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t \right] \cdot \cos \left[ 2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t \right], \end{aligned}$$

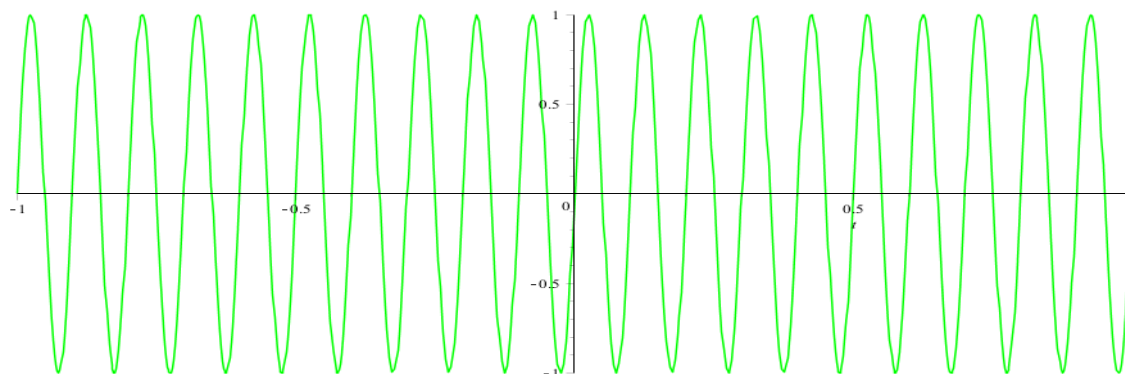
kde frekvence výsledných kmitů  $f_k$  je rovna průměru obou frekvencí

$$f_k = \frac{f_1 + f_2}{2}.$$

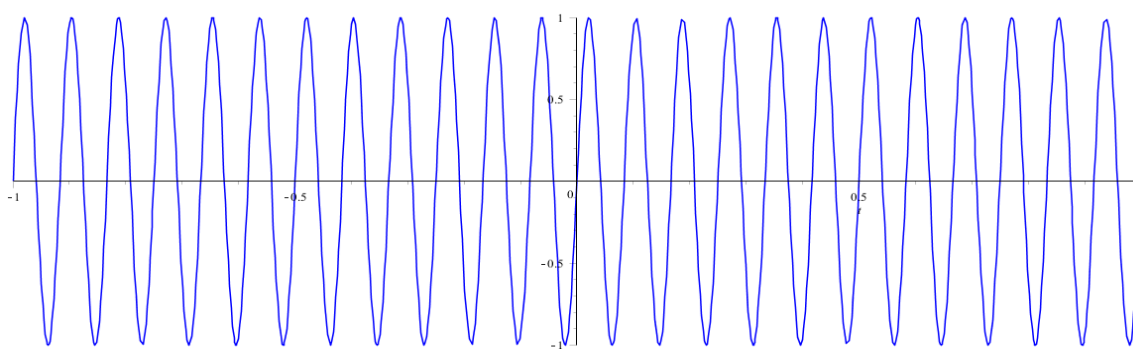
Amplituda výsledných kmitů  $A_k = 2 \cdot \cos \left[ 2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t \right]$  není konstantní, ale mění se

s frekvencí  $f_r = \frac{|f_1 - f_2|}{2} = \frac{n}{2}$ , která se rovná polovině počtu rázů za 1 sekundu.

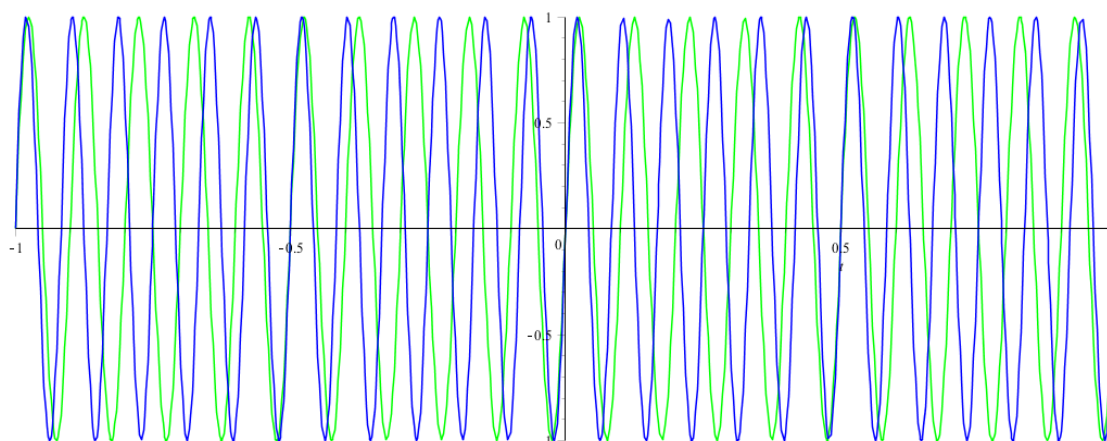
Všechny tyto vlastnosti výsledných kmitů vyplývají z uvedeného matematického rozboru jsou dobře patrné také na *modelech* vytvořených pomocí software **Maple 17** na následujících obrázcích:



Obr. 1. Časový průběh kmitavého pohybu o frekvenci  $f_1 = 10$  Hz pro  $t \in \langle -1, 1 \rangle$  sekundy.



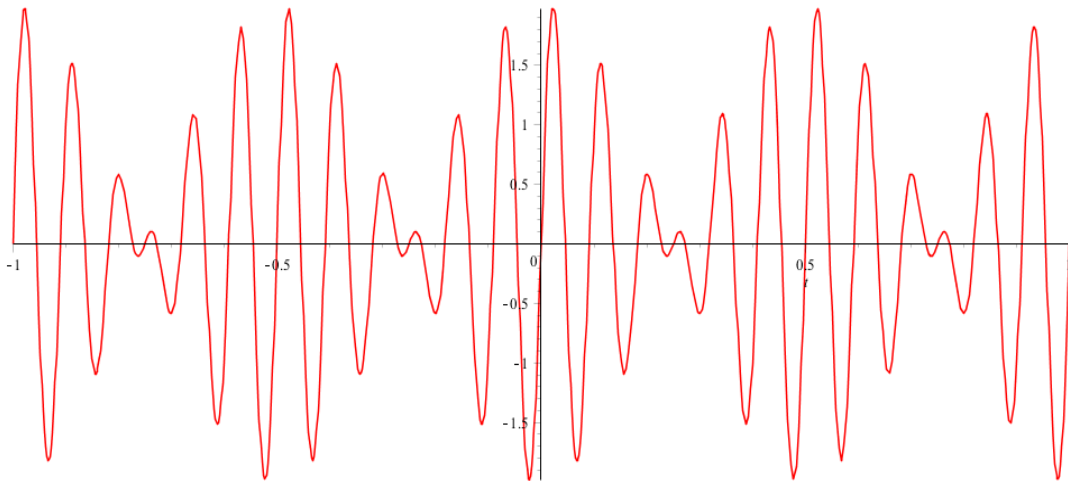
Obr. 2. Časový průběh kmitavého pohybu o frekvenci  $f_2 = 12$  Hz pro  $t \in \langle -1, 1 \rangle$  sekundy.



Obr. 3. Porovnání časového průběhu obou kmitavých pohybů pro  $t \in \langle -1, 1 \rangle$  sekundy.

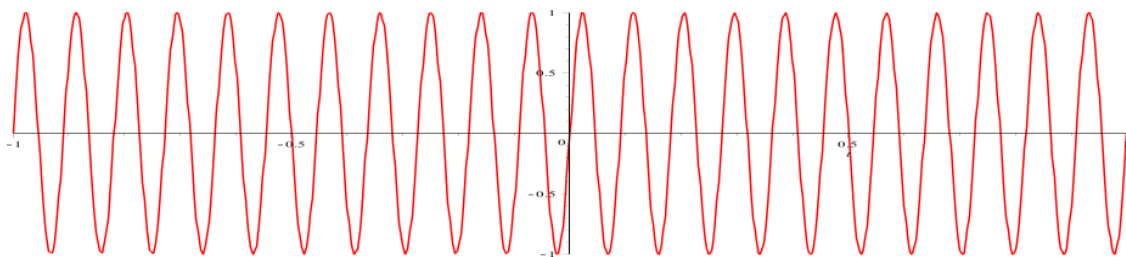
Z obrázku je patrné, že pro  $t \in \{-1; -0,5; 0; 0,5; 1\}$  sekundy jsou oba kmity prakticky ve fázi a proto zde můžeme očekávat **maximum** výsledných kmitů, na druhé straně pro časové okamžiky ležící uprostřed mezi těmito hodnotami  $t \in \{-0,75; -0,25; 0,25; 0,75\}$  sekundy

jsou oba kmity prakticky v protifázi a můžeme zde očekávat **minimum** výsledných kmitů, jak je patrné také z následujícího modelu:

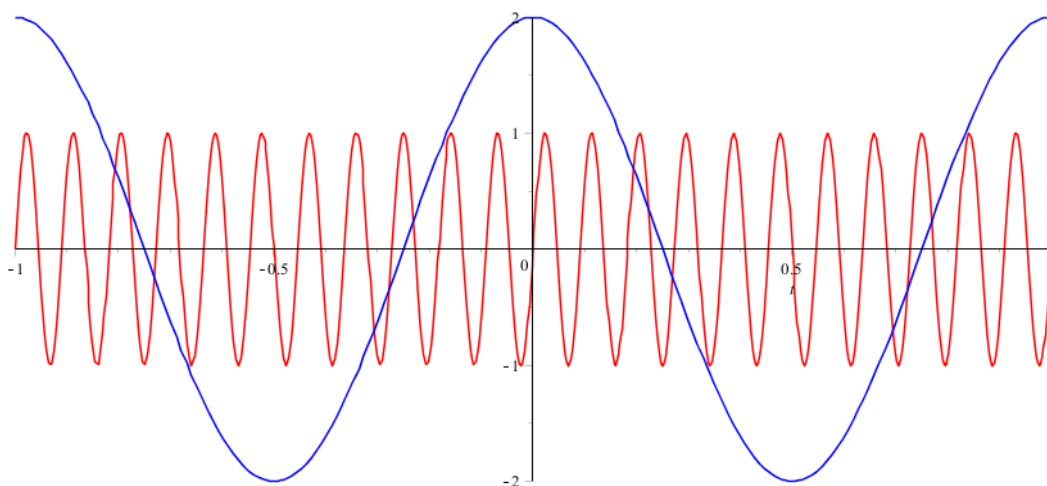


Obr. 4. Průběh složeného kmitání (rázy) pro  $t \in \langle -1, 1 \rangle$  sekundy.

Porovnáním s následujícím obrázkem se můžeme snadno přesvědčit, že výsledná frekvence složených kmitů je skutečně  $f_k = \frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{10 + 12}{2} = 11 \text{ Hz}$ .



Obr. 5. Průběh základní složky složeného kmitání o frekvenci  $f_k = 11 \text{ Hz}$ .



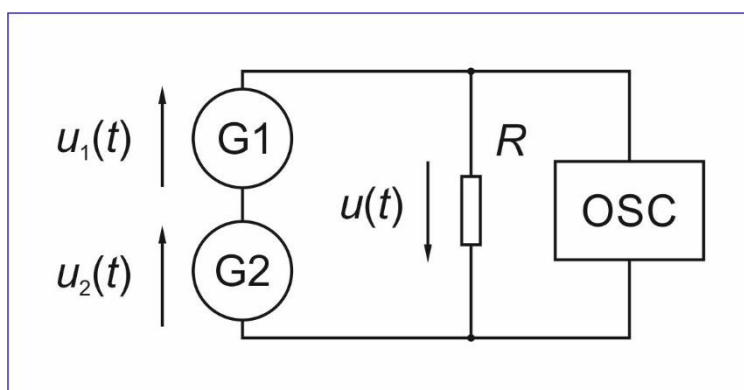
Obr. 6. Průběh základních kmitů o frekvenci  $f_k = 11 \text{ Hz}$  současně s průběhem amplitudy výsledného kmitání o frekvenci  $f_r = \frac{|f_1 - f_2|}{2} = 1 \text{ Hz}$ , čemuž odpovídají 2 rázy za sekundu.

## 2. Elektrické a akustické dvoukanálové rázy

V této kapitole je proveden přehled nejběžnějších možností, kde se v praxi vyskytují elektrické nebo akustické rázy. Podkapitoly jsou řazeny od nejjednodušších možností (skládání elektrických nebo akustických kmitů) až po nejsložitější běžné případy (skládání prostorových akustických vln).

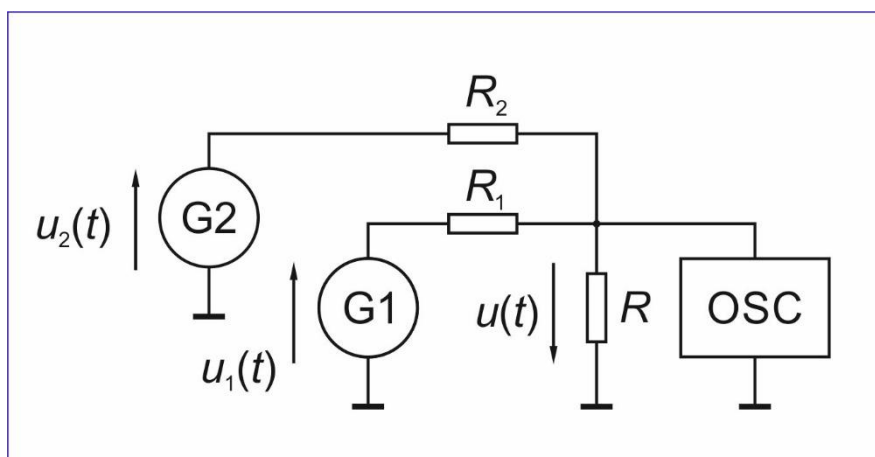
### 2.1 Skládání elektrických kmitů

Mějme k dispozici dva generátory elektrických kmitů, jejichž okamžité napětí označíme  $u_1(t)$  a  $u_2(t)$ . Pokud oba generátory zapojíme do série, získáme na sériovém odporu  $R$  součet obou okamžitých napětí  $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$  (provádíme skládání obou kmitů). Výsledné napětí  $u(t)$  můžeme zobrazit např. pomocí osciloskopu. Podmínkou správné funkce zapojení je vhodná konstrukce generátorů i osciloskopu (žádná výstupní svorka generátorů nebo vstupní svorka osciloskopu nesmí být spojena se společnou zemí – musí jít o tzv. **plovoucí vstup** nebo **plovoucí výstup**). Schéma zapojení je na obr. 7.



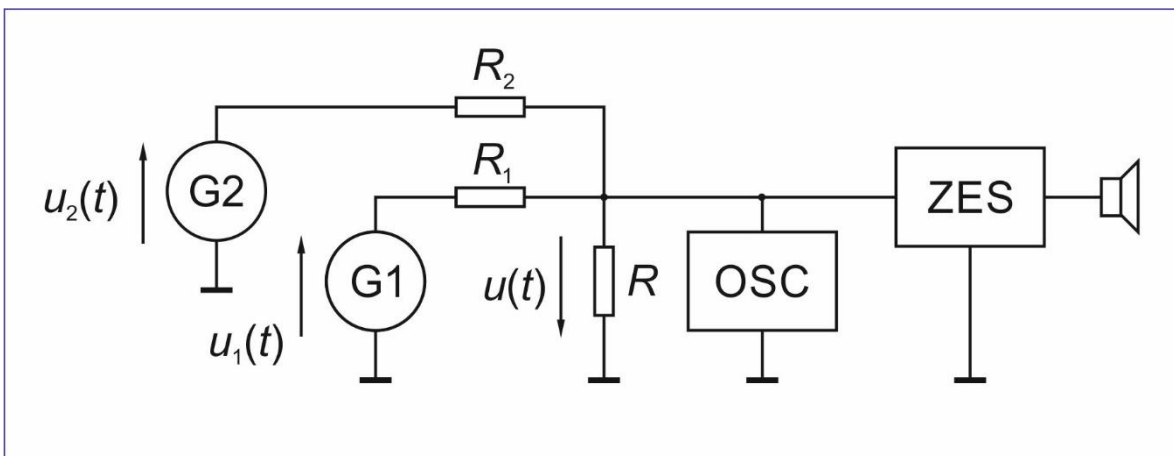
Obr. 7: Princip skládání elektrických kmitů.

Většina starších generátorů nebo osciloskopů používá z praktických důvodů společnou **přístrojovou** zem. Potom se skládání kmitů realizuje pomocí jednoduchého součtového obvodu podle obr. 8.



Obr. 8: Skládání elektrických kmitů pomocí součtového obvodu ( $R_1 = R_2 = 10 \text{ K}$ ,  $R = 470$ ).

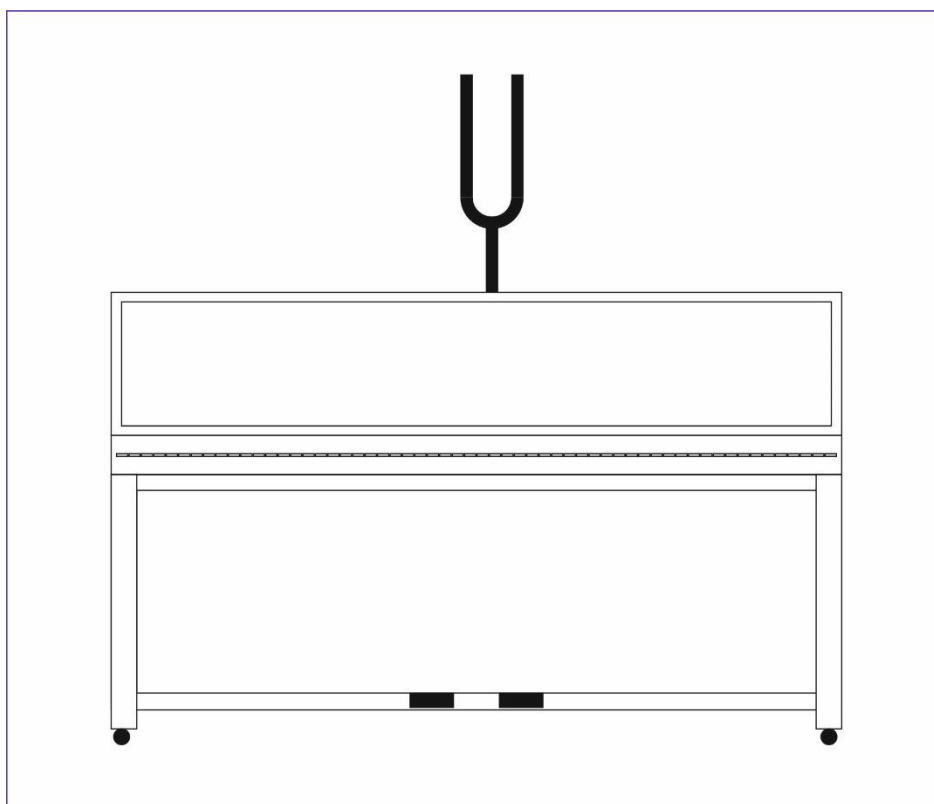
Pokud skládané elektrické kmity padnou do akustického pásma, můžeme kromě osciloskopu připojit také nízkofrekvenční zesilovač a reproduktor, a získané rázy potom můžeme sledovat také sluchem. Stále se však jedná principiálně o skládání elektrických kmitů – obr. 9.



Obr. 9: Skládání elektrických kmitů s akustickým výstupem.

## 2.1 Skládání akustických kmitů

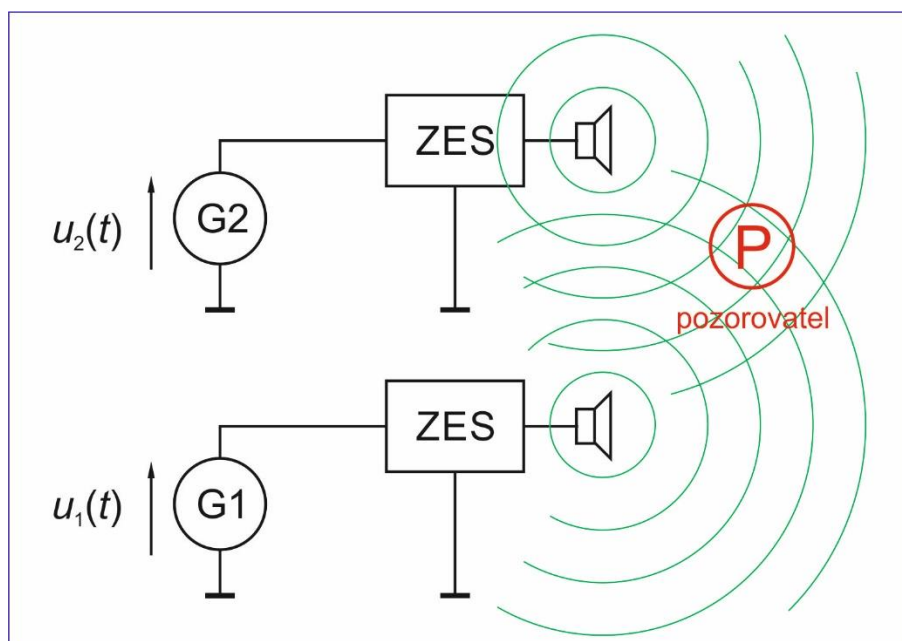
Podmínkou vzniku akustických rázů je **mechanické spojení** dvou akustických oscilátorů. Dříve se používalo často při ladění hudebních nástrojů – např. uspořádání podle obr. 10.



Obr. 10: Příklad vzniku akustických rázů při ladění klasického pianina pomocí kovové ladičky přiložené přímo k nástroji (např. komorní  $a^1 = 440$  Hz).

## 2.3 Skládání akustických vln

Pokud budeme elektrické kmity ze dvou nezávislých generátorů reprodukovat dvěma nezávislými a dostatečně od sebe vzdálenými reproduktory, bude docházet ke vzniku rázů pro každého posluchače trochu jinak. Bude se uplatňovat **dráhový rozdíl** (a tím časové zpoždění) od obou akustických zdrojů (reproduktorů) a zejména vliv různé amplitudy akustické vlny z obou zdrojů v místě konkrétního posluchače. Bude se jednat o složitý prostorově členěný jev, akusticky velmi zajímavý (zejména pro hudebníky), často ovlivněný navíc různými odrazy a dozvukem – obr. 11.



Obr. 11: Právě akustické rázy vznikající při skládání dvou různých akustických vln (ze dvou různých dostatečně vzdálených zdrojů).

## 2.4 Vliv různé amplitudy akustické vlny na průběh rázů

Amplituda akustické vlny se s rostoucí vzdáleností posluchače od zdroje zvuku rychle zmenšuje a proto tato vzdálenost může sehrát **významnou** úlohu, a to zejména tehdy, když se vzdálenosti posluchače od obou zdrojů podstatně liší:

$$y = y_1 + y_2 = A_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \sin(\omega_2 t)$$

$$\text{Substitute: } \omega_1 t = \alpha + \beta, \quad \omega_2 t = \alpha - \beta$$

$$y = A_1 \sin(\alpha + \beta) + A_2 \sin(\alpha - \beta)$$

$$y = A_1 [\sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta] + A_2 [\sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta]$$

$$y = (A_1 + A_2) \sin \alpha \cdot \cos \beta + (A_1 - A_2) \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\text{Zpětná substitute: } \alpha = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t, \quad \beta = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t$$

$$y = (A_1 + A_2) \sin \left[ 2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t \right] \cdot \cos \left[ 2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t \right] + (A_1 - A_2) \cos \left[ 2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t \right] \cdot \sin \left[ 2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t \right]$$

Předcházející rovnice přejde pro  $A_1 = A_2 = A$  na tvar:

$$y = (A + A) \sin \left[ 2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t \right] \cdot \cos \left[ 2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t \right] = 2A \cdot \left[ \sin 2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t \right] \cdot \cos \left[ 2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t \right]$$

a pro  $A_1 = A_2 = A = 1$  na tvar  $y = 2 \cdot \sin \left[ 2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t \right] \cdot \cos \left[ 2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t \right]$ .

Pro  $A_1 \neq A_2 \rightarrow (A_1 - A_2) \neq 0$  vystupuje v rovnici nový člen

$$(A_1 - A_2) \cos \left[ 2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t \right] \cdot \sin \left[ 2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t \right], \text{ který jednak obsahuje funkci}$$

$$\cos \left[ 2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t \right] \text{ popisující základní kmitání s průměrnou frekvencí } \frac{f_1 + f_2}{2} \text{ a jednak}$$

amplitudu tohoto kmitání  $(A_1 - A_2) \cdot \sin \left[ 2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t \right]$ , která se opět mění s frekvencí rázů

$$f_r = \frac{|f_1 - f_2|}{2} = \frac{n}{2}, \text{ kde } n \text{ je počet rázů za jednu sekundu.}$$

### 3. Použití interface PASCO 850

PASCO 850 je univerzální rozhraní, které lze snadno připojit přes USB port k notebooku nebo PC. Na školách je poměrně hodně rozšířené, má přehledné a snadné intuitivní ovládání. Má mnoho různých funkcí a mnoho různých vstupů a výstupů, ale obsahuje také **dva nezávislé generátory**, což umožňuje jeho použití při generování akustických rázů vznikajících superpozicí dvou různých akustických vln – podle schématu na obr. 11.



Obr. 12. Rozhraní (interface) PASCO 850 v akci.



Snadné a bezproblémové připojení zesilovačů a reproduktorů k tomuto rozhraní je podmíněno použitím speciálních **redukci** konektorů BNC / CINCH:



Obr. 13. Použití speciálních redukci k připojení nízkofrekvenčních výstupních kabelů.

Pokusy se superpozicí akustických vln se nejlépe realizují na volném prostranství, kde neruší dozvuk nebo jiné parazitní odrazy. Je k tomu možné vybudovat např. mobilní pracoviště podle následujícího obrázku:



Obr. 14. Mobilní pracoviště na bázi interface PASCO 850.



Oba použité generátory, které jsou součástí interface PASCO, mají **výborné rozlišení** nastavené frekvence: **1 mHz** (tj. 0,001 Hz). To umožňuje generovat akustické rázy delší než 100 sekund.

#### 4. Použití chytrých telefonů a tabletů

Technický pokrok jde rychle kupředu a pokusy, které třeba ještě před 10 lety vyžadovaly specializovanou aparaturu (např. uvedené PASCO 850), si teď studenti mohou realizovat, i když ve zjednodušené podobě, sami. Stačí k tomu spolupráce několika chytrých telefonů nebo tabletů.

V internetovém obchodě s aplikacemi **Google Play** je velká nabídka různých generátorů zvuku. Stačí si pouze některý vybrat a nainstalovat. Autorovi tohoto příspěvku se třeba dobře osvědčil generátor *Frequency Sound Generator LuxDeLux* (1,4 miliónu stažení), který se obvykle objevuje hned na prvním místě nabídky (po zadání *generátor zvuku* v horním vyhledávacím políčku).



Obr. 15. Použití generátoru zvuku Frequency Sound Generator LuxDeLux



Obr. 16. Výhodné je také použití dvou tabletů.

Při těchto žákovských experimentech můžeme k telefonu či mobilu připojit zesilovač s reproduktorem pro lepší slyšitelnost. Vhodné jsou jakékoliv přídavné reproduktory k PC nebo nejrůznější bezdrátové reproduktory se systémem Bluetooth. Nevýhodou tohoto řešení je rozlišení použitých generátorů, které bývá obvykle pouze 1 Hz.

## 5. Vícekanálové rázy

Právě popsané použití chytrého telefonu nebo tabletu umožňuje ve školních podmínkách snadno realizovat velmi zajímavé **vícekanálové** rázy. Záleží jen na tom, kolik chytrých telefonů nebo tabletů budeme mít k dispozici. Obecně se dá říci, že výsledný efekt je tím **výraznější**, čím více kanálů použijeme. Můžeme **experimentovat** nejen s počtem kanálů a použitými frekvencemi, ale také s prostorovým rozložením použitých reproduktorů

## 6. Závěr

Cílem tohoto příspěvku bylo připomenout staré dobré experimenty s akustickými rázy, ale při použití **moderních** pomůcek.