LEGO LIGO

Jakub Jandus, Vít Železný

Gymnázium Špitálská (student)

Abstrakt

Ten, kdo zná pojem interferometr, si obvykle vybaví složitý a velmi precizní přístroj vytvářející prazvláštní světelné obrazce. V této představě nechybí ani těžký, odpružený, a hlavně velmi drahý optický stůl se zcela přesnými optickými komponenty k dosažení maximální kontroly nad celým aparátem. Velmi přijatelných výsledků lze však dosáhnout i ve výrazně primitivnějším provedení. Náš projekt se snaží ukázat nejen to, jak samotný interferometr funguje, ale i jak si ho vyrobit doma, či ve škole.

Od éteru až po černé díry

Vznik interferometru

Na konci 19. století pomalu vešly ve známost Maxwellovy rovnice o elektromagnetismu, které popisovaly i šíření světla jakožto jen úzkou oblast elektromagnetického vlnění. S tím však přišla i otázka, jakým médiem se šíří, tedy co se vlastně vlní. Podobně jako se vlní vodní hladina, či zvuk potřebuje pro své šíření vzduch, i pro světlo muselo podle soudobých představ existovat prostředí, kterým by se mohlo šířit. Toto hypotetické médium bylo nazváno éter. Dalším problémem byla rychlost elektromagnetických vln, tedy i rychlost světla. To, že je tato rychlost konečná, bylo známo již od 17. století. Vzhledem k jaké soustavě má však rychlost světla hodnotu, která vychází z Maxwellových rovnic a byla relativně přesně několikrát změřena. Nabízela se zcela přirozená představa, že tato rychlost elektromagnetických vln je právě rychlost vzhledem k éteru (tedy vzhledem k jakési absolutní soustavě). Vzhledem k éteru by se světlo mělo šířit ve všech směrech stejnou rychlostí, a to nezávisle na tom, zda je zdroj vzhledem k éteru v klidu nebo v pohybu. Měříme-li rychlost světla vzhledem k pohybujícímu se zdroji (např. vzhledem k Zemi), měli bychom podle klasického skládání rychlostí dojít k různým výsledkům.

Ověřit tuto hypotézu (resp. naměřit rychlost Země vzhledem k této soustavě spojené s éterem) se rozhodl Albert Michelson. Roku 1881 v Postupimi vytvořil první verzi interferometru, dnes známou jako Michelsonův interferometr, pomocí kterého provedl sérii experimentů. Tato verze měla však řadu nedostatků. Přesvědčivá byla až druhá verze a série pokusů, provedených v Clevelandu v roce 1887 s jeho spolupracovníkem Morleyem (tzv. Michelson-Morleyův experiment [1]). Michelsonův pokus a mnohé jeho modernější varianty byly mnohokrát zopakovány, citlivost byla zvýšena natolik, že by umožnila naměřit rychlost Země vzhledem k éteru s přesností na jednotky metrů za sekundu. Všechny výsledky ale byly negativní (v každém směru byla naměřená rychlost světla stejná) a hypotézu éteru z konce 19. století nepotvrdily. Tyto (ale i další) experimenty byly uspokojivě vysvětleny pouze speciální teorií relativity.

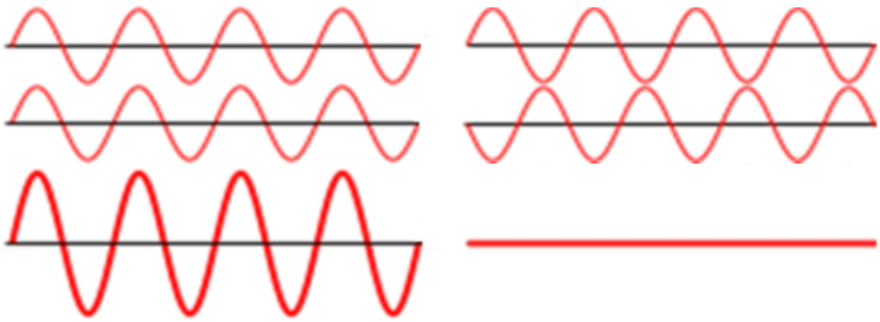
Využití interferometrů

Interferometr si postupně našel cestu do řady fyzikálních experimentů a přístrojů. Mezi takové patří přístroje na měření topografie povrchů, či velké observatoře pozorující kosmické elektromagnetické záření o různých vlnových délkách, ale i další druhy vlnění. Snad nejznámějším využitím je experiment LIGO [2] (Laser Interferometer Gravitational wave Observatory) na detekci gravitačních vln, který svým tvarem do kříže velmi připomíná originální Michelsonův interferometr. Roku 2015 naměřilo LIGO první velmi výrazné gravitační vlny pocházející ze splynutí dvou černých děr a potvrdil tak předpovědi obecné teorie relativity o tomto jevu. Tento úspěch následovala celá řada dalších zdařilých měření. Naměřené gravitační vlny ze splynutí dvou černých děr byly převedeny na zvuk a video s tímto až mimozemským „bubláním“ se stalo poměrně známým [3].

Michelsonův interferometr

Interference

Než se dostaneme k samotnému interferometru, připomeňme si jev, na kterém celý interferometr stojí a od kterého získal i své jméno – interferenci. K interferenci (skládání) dochází, když se v nějakém bodě potkají dvě vlny. Ty se pak skládají dle principu superpozice. Jsou-li vůči sobě ve fázi, dojde ke konstruktivní interferenci, tedy se navzájem zesílí. Mají-li však vlny vůči sobě fázový posun 180°, dojde k destruktivní interferenci a vlny se v daném bodě zeslabí, případně (při shodných amplitudách) navzájem zcela vyruší (obr. 1). Fázový posun může samozřejmě nabývat různých hodnot, což vytváří vlny o nulové amplitudě až po součet amplitud původních vln.

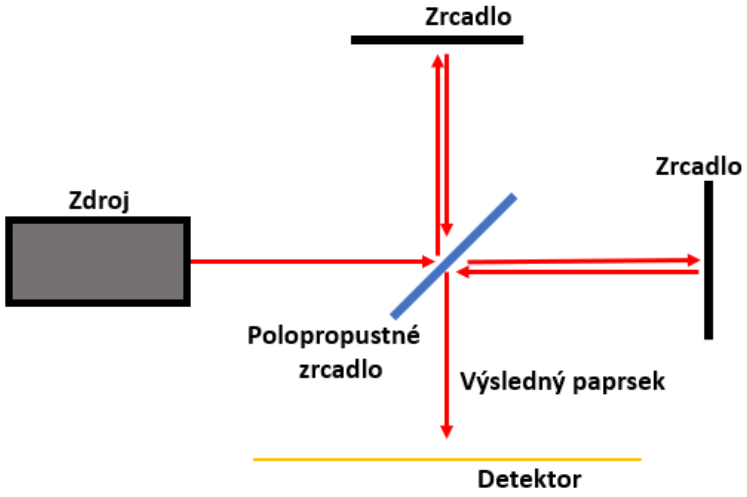


Obr. 1. Vlevo konstruktivní interference vln ve fázi, vpravo destruktivní interference vln s fázovým posunem o 180°. Zdroj: [4]

Interferometr

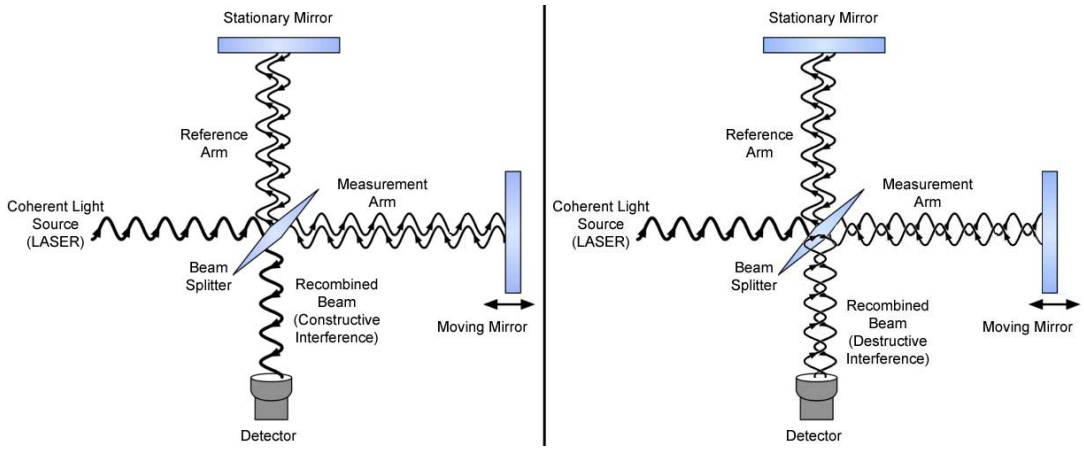
Michelsonův interferometr je opravdu asi nejjednodušší (a nejznámější) verzí interferometru vůbec. Svědčí o tom už to, že k jeho fungování fakticky stačí pouze pět komponentů – zdroj monochromatického koherentního světla (např. laser), polopropustné zrcadlo (v tomto kontextu také známé jako dělič paprsků), dvě obyčejná zrcadla a detektor. Interferometr má pak tvar kříže s děličem paprsků uprostřed a ostatními komponenty na jeho ramenech (obr. 2). Jako detektor na čtvrtém rameni kříže může sloužit cokoliv od stínítka, na které se výsledný paprsek promítne, až po sofistikovaná detekční zařízení.

Paprsek světla ze zdroje je rozdělen polopropustným zrcadlem do dvou ramen interferometru. V každém rameni se odrazí od zrcadel zpět do děliče paprsků, který paprsky opět rozdělí – polovinu z každého pošle do detektoru, zatímco druhá se vrací spět k laseru.



Obr. 2. Zjednodušený diagram Michelsonova interferometru.

U výsledných dvou zkombinovaných paprsků pak dochází k interferenci. Jelikož paprsky vychází ze zdroje ve fázi, ale každý z nich prochází jiným ramenem interferometru, bude jejich výsledný fázový posun záviset na délkách jednotlivých ramen, resp. na vzdálenosti zrcadel od děliče paprsků (obr. 3). Za povšimnutí stojí, že změna délky jednoho ramene se na finálním fázovém posunu projeví dvojnásobně, jelikož se světlo danou cestou pohybuje dvakrát – tam a zpět. Ke zcela konstruktivní interferenci tedy dochází, je-li mezi cestami paprsků délkový (dráhový) rozdíl v násobcích poloviny vlnové délky použitého světla. Výsledným obrazcem na detektoru bude tečka, jejíž jas bude závislý na délkách jednotlivých ramen interferometru.

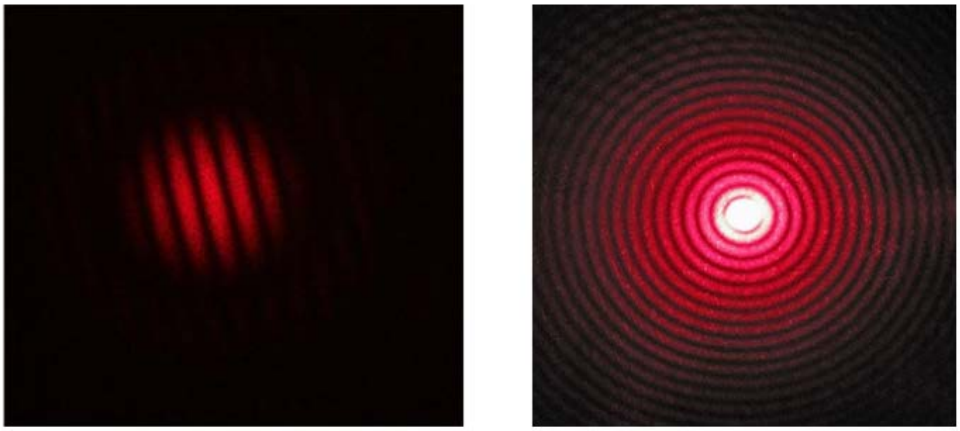


Obr. 3. Fázový rozdíl interferujících výsledných paprsků v závislosti na délkách větví (vlevo konstruktivní interference, vpravo destruktivní interference). Zdroj [5]

Interferenční obrazce

Vznik obrazců

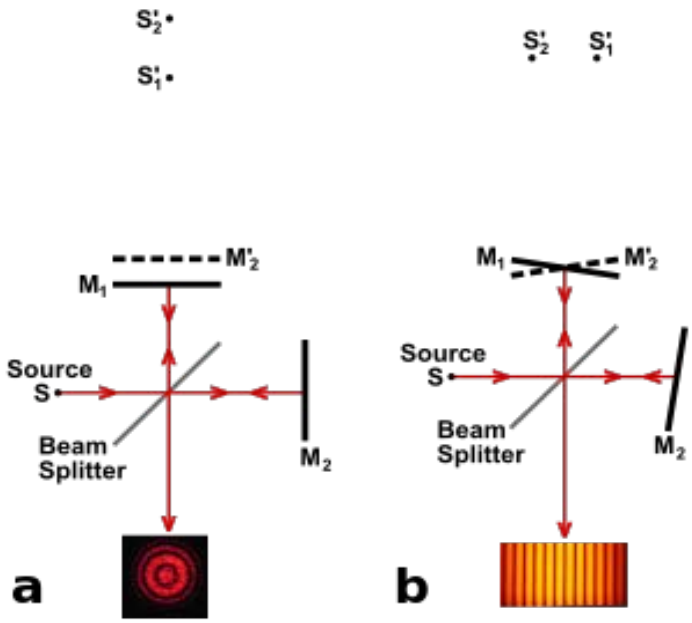
Teoreticky nejjednodušším obrazcem, který se může na detektoru vytvořit je již zmiňovaná tečka. Ta vychází z předpokladu, že má paprsek zdroje zcela válcový tvar. Bohužel je tento pohled nereálný, jelikož se paprsek laserů rozbíhá do kuželovitého tvaru. Interferometr tak vytváří řadu různých obrazců od soustředných kružnic, přes hyperboly až po rovnoběžné čáry (obr. 4). Běžně se za zdroj do interferometru přidává rozptylka pro úmyslné zvýraznění těchto obrazců.



Obr. 4. Dva z interferenčních obrazců vytvářených interferometrem (rovnoběžné čáry a soustředné kružnice). Zdroj: [6]

Pro vysvětlení obrazců je nejdříve vhodné si schéma interferometru ještě více zjednodušit, či spíše „napřímit“ (obr. 5). Pokud se díváme z detektoru do děliče paprsků, uvidíme přímo první ze zrcadel M_1 a obraz M'_2 druhého zrcadla M_2. Obrazce pak můžeme vysvětlit jako interferenci světla z obrazů S'_1 a S'_2 původního zdroje S.

Pokud spolu zrcadla svírají pravý úhel (obr. 5a), budou výsledným obrazcem soustředné kružnice (pokud ovšem nemají obě ramena zcela stejnou délku, v takovém výjimečném případě by docházelo v celém obrazci pouze ke konstruktivní interferenci a obrazec by byl celý jasný). Pokud nejsou zrcadla vůči sobě umístěna pravoúhle (obr. 5b), vznikají hyperboly, či, jsou-li délky ramen totožné, zdánlivě rovnoběžné čáry (ve skutečnosti jde opět o hyperbolické útvary, jejich zakřivení je však zcela neznatelné).



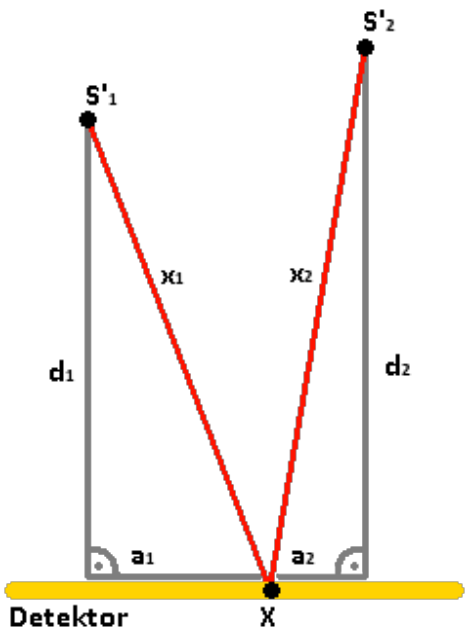
Obr. 5. „Napřímený“ diagram interferometru. Zdroj: [7]

Pro domácí interferometry jsou obzvláště užitečné zmíněné soustředné kružnice, na kterých lze s dostatečně stabilním provedením dobře pozorovat změny délek jednotlivých ramen. Kružnice se při tom buď zmenšují, mizí ve středu, zatímco se nové objevují na kraji, či naopak zvětšují od středu. S každou změnou dráhy jednoho paprsku o jednu vlnovou délku (a tedy změnou délky ramene o půl vlnové délky) se obrazec posune o jednu kružnici a zdánlivě se vrátí do původní podoby [8]. Tohoto faktu lze obráceně využít k vypočtení změny délky *d* jednoho z ramen, za použití vlnové délky užitého světla λ; *n* pak udává, o kolik kružnic se obrazec posunul:

$$d = n\frac{\lambda}{2}$$

Modelování interferenčních obrazců

Vznikající obrazce lze i poměrně jednoduše počítačově modelovat. K tomu je velmi vhodné zjednodušené schéma z obrázku 5. Pro naše účely si z něj můžeme odmyslet všechna zrcadla včetně polopropustného a zachovat pouze detektor a dva obrazy zdroje. Jak již bylo zmíněno, interferenční obrazce jsou výsledkem interference světla z těchto dvou obrazů. Pro libovolný bod X na detektoru tedy můžeme najít fázový posun paprsků, či v tomto případě rozdíl délek drah z obou obrazů zdroje k tomuto bodu (obr. 6).



Obr. 6. Zjednodušené schéma interferometru vhodné pro modelování.

Zajímá nás samozřejmě rozdíl délek úseček x_1 a x_2. Ty můžeme vypočítat Pythagorovou větou za pomocí vzdáleností obrazů zdroje od interferometru d_1 a d_2 a vzdáleností mezi bodem X a normálovými přímkami k detektoru vedenými z obrazu zdrojů – a_1 a a_2.

$$x_1 - x_2 = \sqrt{{d_1}^2 + {a_1}^2} - \sqrt{{d_2}^2 + {a_2}^2}$$

Když vynásobíme rozdíl vzdáleností vlnovým číslem *k* použitého světla o vlnové délce λ, získáme fázový posun paprsků φ.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

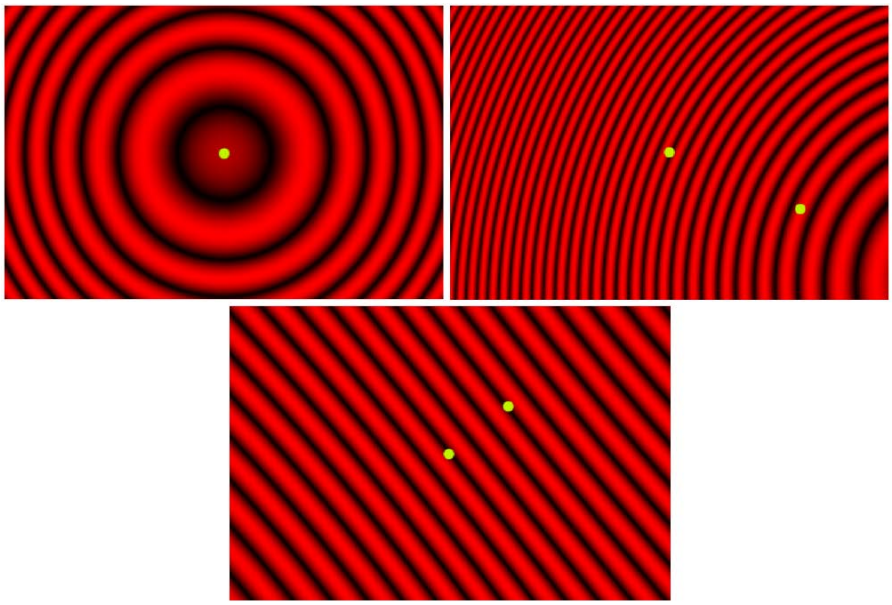
$$\varphi = k(x_1 - x_2)$$

Z fázového posunu pak můžeme získat intenzitu *i* světla v daném bodě:

$$i = \left|\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right|$$

Výsledná intenzita bude dosahovat hodnot od 0 do 1, což je při vytváření simulace vhodné například pro využití barevného gradientu. (Zdroje [9] a [10])

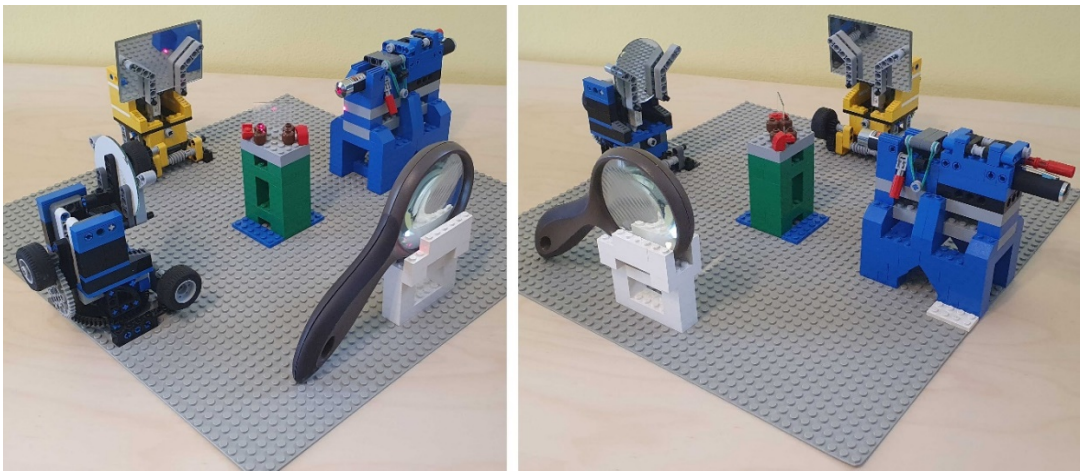
Simulace naprogramovaná za pomocí těchto rovnic až překvapivě dobře odpovídá skutečnosti. S proměnlivou vlnovou délkou světla a pozicí obrazů zdroje lze získat všechny zmíněné druhy obrazců (obr. 7). Simulace je ve zdrojích [12] dostupná v podobě aplikace.



Obr. 7. Interferenční obrazce ze simulace vytvořené za pomocí Unity Engine (zelené tečky znázorňují horizontální umístění obrazů zdroje nad detektorem; v prvním a druhém obrazci jsou obrazy zdroje v různé vzdálenosti od zdroje, ve třetím obrazci jsou ve stejné vzdálenosti).

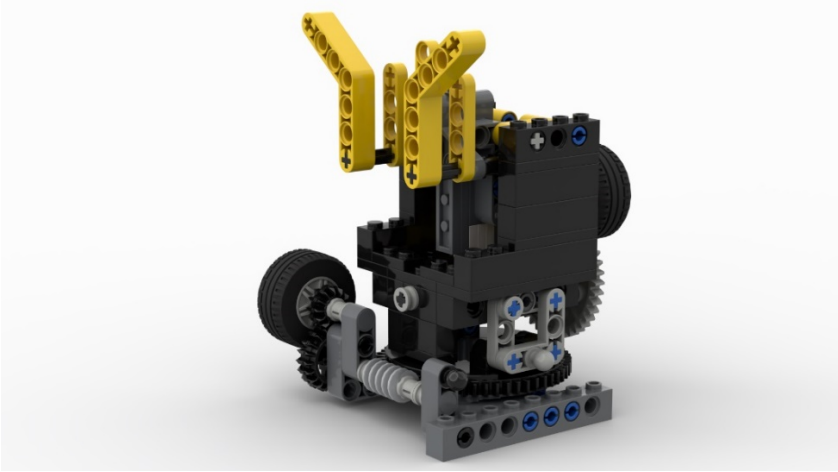
Domácí LEGO interferometry

Ačkoliv se může interferometr zdát jako poměrně sofistikovaný přístroj vyžadující přesně fungující komponenty, opak je pravdou (pochopitelně, nepožadujeme-li nějaká přesná měření). Nejjednodušší verzi lze vyrobit i ze stavebnice LEGO s přidáním několika potřebných komponentů (Obr. 8). Jako zdroj lze využít laserové ukazovátko, zrcátka lze použít v podstatě jakákoliv a jako detektor poslouží jednoduše stěna, či papír. Jediným hůře získatelným komponentem je polopropustné zrcátko, které však lze jednoduše zakoupit na internetu; ceny se na internetovém obchodu Aliexpressu pohybují kolem 100 až 200 korun. Je vhodné přidat do interferometru rozptylku, ideálně hned za laser (na obrázku 8 chybí). Kuželovitý tvar paprsků usnadní získávání poměrně pěkných interferenčních obrazců. Další rozptylku je možné umístit na rameno detektoru pro zvětšení výsledného obrazu. V nouzovém případě lze jako čočku využít například i staré brýle nebo lupu (viz obr. 8) – v takovém případě však bude docházet ke zvětšení obrazu až po dvojnásobku vzdálenosti ohniska čočky od lupy a obraz bude převrácený.



Obr. 8. Zkompletovaný LEGO interferometr.

Plány na výrobu jednoduchého držáku zrcadel (Obr. 9) použitého v referovaném interferometru jsou uvedeny ve zdrojích [12] ve formátu pro aplikaci Briklink Studio 2.0, ve které byly rovněž vytvořeny obrázky tohoto modulu (Obr. 9 a 10). Držáky ostatních komponentů interferometru (laseru, polopropustného zrcadla, čoček a případně detektoru) nejsou v plánech uvedeny. Jejich podoba se totiž může výrazně lišit v závislosti na podobě samotných komponentů; u žádného z nich již není stěžejní, aby byly pohyblivé, a jejich konstrukce je tedy poměrně jednoduchá. Potřebné LEGO díly lze jednoduše vyhledat podle jejich sériového čísla (dle kterého jsou i dále v textu referovány) a koupit například na webové stránce Bricklink. Ve zdrojích je rovněž uveden projekt LEGO interferometru [11], který byl částečně inspirací pro tento projekt. Dosahuje poměrně lepších výsledků, avšak jeho výstavba je značně složitější, nákladnější a vyžaduje výrazně větší množství dílů stavebnice.

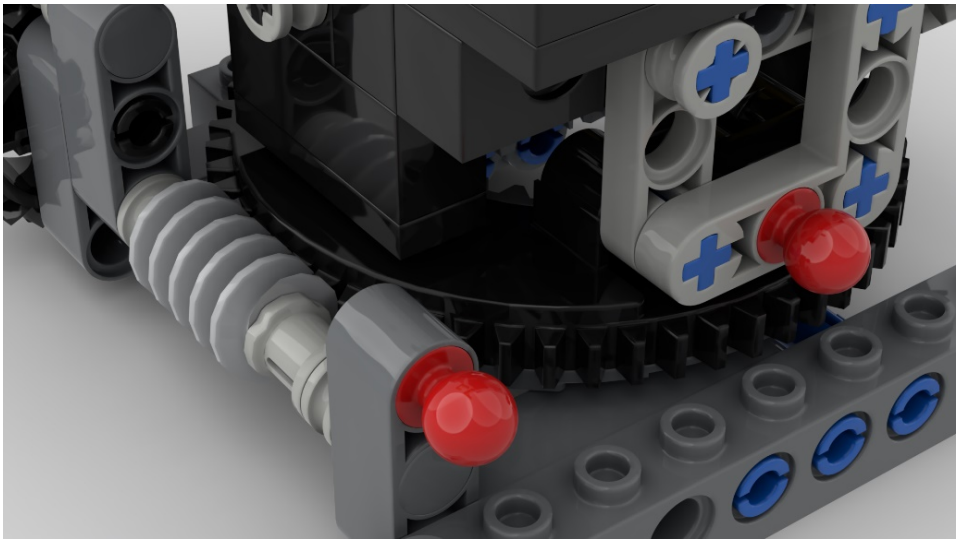


Obr. 9. Držák na zrcadla (do žluté části lze umístit libovolné rovinné zrcadlo zhruba větší než 3 cm a posunutím lomených žlutých dílů jej zafixovat na místě).

Při vytváření interferometru je vhodné dbát jak na jeho ovladatelnost, tak na celkovou stabilitu. Celý interferometr je velmi náchylný na vibrace a interferenční obrazce se i při zcela neznatelných otřesech ztrácí. Není-li interferometr dostatečně pevný a stabilní, budou se na něm výrazně projevovat všechny otřesy v místnosti. Ovlivnit ho může

dokonce i něco tak nepatrného jako dech, zvuk, či v případě umístění ve vyšších patrech budovy i vibrace samotné stavby. Částečně lze tomuto efektu zamezit dostatečně těžkou a pevnou základnou interferometru. Pro účely lego interferometru však lze použít velké podkladové LEGO desky (např. díl 4186a), které umožňují snadné rozmisťování komponentů a lze je dodatečně umístit na těžký stůl a zatížit závažím pro zvětšení stability.

Neméně důležitá je zmiňovaná ovladatelnost samotného interferometru, či spíše možnost zaměřovat jednotlivé paprsky. Je vhodné mít možnost otáčet s oběma zrcadly a zaměřovat tak paprsky jak horizontálně, tak vertikálně. K tomuto účelu se přímo nabízí ozubená kola dostupná v LEGO stavebnicích. Jejich jedinou nevýhodou je obvykle málo pozorovatelná vůle, která může obzvláště v horizontálním směru způsobit znatelné „poskakování“ paprsku na detektoru při jeho zaměřování. Vhodné je tedy využívat co nejmenší počet soukolí a tedy, k dosažení maximální přesnosti, v soukolích využívat kola s co největším velikostním rozdílem. Zcela ideální je pro tento účel díl LEGO točny (složená z dílů 48168 a 48452) společně s dílem šroubovice (díl 4716), jejichž poměr otáčení je 56:1. Problémem je již zmiňovaná vůle, která je u těchto dvou dílů opravdu znatelná. V ukázkovém interferometru je řečené soukolí využito pro horizontální zaměřování paprsků, kvůli vůli mezi koly je však téměř nemožné paprsek následně zaměřit vertikálně, protože se i při malém pohybu horizontálně rozhodí. Řešením tohoto problému je použití gumiček pro zamezení nepatrných nechtěných pohybů finálního ozubeného kola (Obr. 10) a tedy všeho k němu upevněného, či striktní používání „robustnějšího“ typu ozubených kol, které mají výrazně menší vůli (např. díly 32498, 32269, 32270). V případě vertikálního zaměřování je tento problém řešen gravitací, resp. zrcadlo má obvykle dostatečnou hmotnost, aby zafixovalo finální pohyblivé díly, ke kterým je uchyceno, a tedy zabránilo jejich nechtěnému pohybu.



Obr. 10. Díly pro uchycení gumičky jsou zvýrazněny červeně; tah gumičky zapře točnu o zuby šroubovice a odstraní tak vůli v soukolí.

Ačkoliv není LEGO jako vědecký nástroj zcela dokonalé, lze s jeho pomocí v klidném prostředí dosáhnout přijatelných výsledků v podobě několika interferenčních obrazců. Poměrně jednoduché je získat rovnoběžné a hyperbolické pruhy. Soustředné kružnice jsou již v tomto provedení výrazně těžší na vytvoření, avšak ne zcela nemožné. Vyžadují

však výrazně stabilnější a propracovanější systém než s jakým lze dosáhnout předcházejících obrazců, který kvůli jeho komplikovanosti a nákladnosti mohou předčit jiné alternativy, jako následující 3D tisk. Přesto zůstává LEGO dobrou alternativou pro lidi bez přístupu k lepším, avšak výrazně časově náročnějším metodám. V neposlední řadě je LEGO interferometr názorným modelem sofistikovanějších přístrojů a pro demonstraci na škole vhodný.

Preciznější zařízení s pomocí technologie 3D tisku

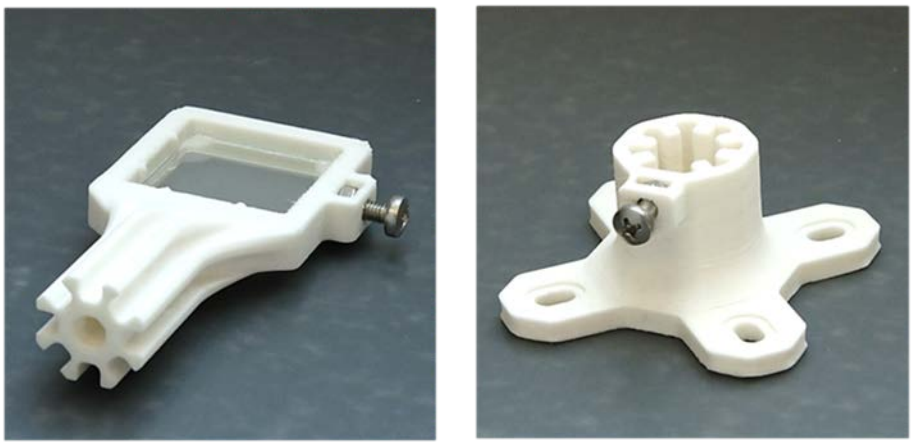
Rozmach technologie 3D tisku umožňuje relativně levnou výrobu vysoce precizních komponentů. Finální produkt je díky vysoké přesnosti dílů mnohem blíže profesionálním optickým přístrojům než LEGO varianta. Umožňuje dobré a precizní zaměřování paprsků a díky možnosti uchycení na tvrdou pevnou podložku skvěle odolává vibracím. Nevýhodou je velká časová náročnost na zhotovení a montáž všech potřebných dílů.

Tato část příspěvku se pokusí vyřešit alespoň jeden z těchto problémů, a to poskytnutím modelů pro výrobu interferometru a návodu, jak tyto plány efektivně využít a přístroj zhotovit.

Níže popsaná konstrukce byla zhotovena z materiálu PLA tryskou s průměrem 0,3 mm. V příloze [12] se nachází 6 předpřipravených souborů pro konstrukci interferometru, inspirovaných designem ze sekce S'Cool LAB z CERNu [13]. Tento konkrétní model se skládá celkem ze čtyř modulů, jejichž správná konstrukce bude postupně popsána.

Stavba modulu děliče paprsků

Jedná se jak o centrální modul celé „stavebnice", tak o nejjednodušší modul k výrobě, díky absenci pohyblivých částí. Ke zhotovení je třeba nejprve 3D vytisknout soubory *Beamsplitter_pillar.stl* (obr. 11 vlevo) a *Base.stl* (obr. 11 vpravo). Je třeba oba tisknout na výšku – tj. aby pozice byla shodná s pozicí v obr. 12.



Obr. 11. Vlevo držák děliče paprsků, vpravo modulární základna.

Do držáku děliče paprsků (obr. 11) umístíme polopropustné zrcátko o rozměrech 30×30 mm, které velmi jemně dotáhneme šroubem M4.

Na obrázku 11 vpravo je díl základny, který je shodný pro všechny moduly. Hvězdicovitý tvar ve vnitřní části umožňuje moduly vkládat po 45° krocích a následně jejich pozici

zafixovat ručním dotažením šroubu. Čtyři otvory jsou redundantní možností, jak modul pevněji připevnit k podložce – nejlépe pomocí šroubů M4 rozmístěných do tvaru čtverce o hraně délky 4 cm. Výsledný modul je zobrazen na obrázku 12.

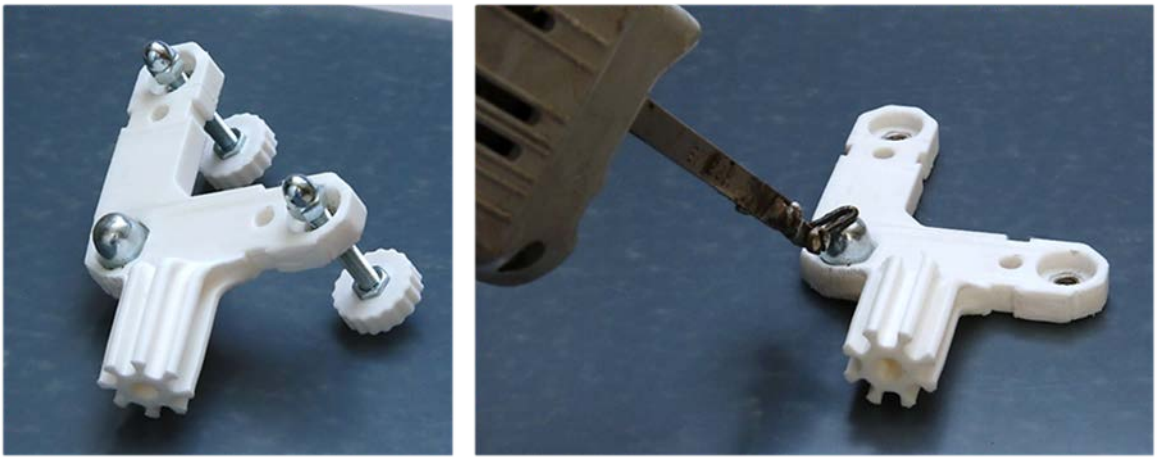
Obr. 12. Zkompletovaný modul děliče paprsků.

Modul se zrcadlem

Z hlediska konstrukce je již modul se zrcadlem komplikovanější. Je třeba vytisknout 2× *Knob.stl* (obr. 13), *Pillar.stl* (obr. 14 vlevo), *Mirror_holder.stl* (obr. 15 vlevo) a znovu *Base.stl*.

Obr. 13. Ruční nastavovací šroub.

V kombinaci se součástkami o rozměrech M5 se jednoduše vytvoří jemný ovládací šroub naklánění.



Obr. 14. Vlevo kompletní pilíř, vpravo tepelné zapouštění matic pistolovou páječkou.

Na obrázku 14 je vidět hlavní pilíř s „L“ strukturou k uchycení zrcadla. Matičky M5 a klobouková matice M8 jsou tepelně zapuštěny do plastu (viz obr. 14 vpravo). Velká matice funguje jako otáčecí bod, čímž vznikají ramena páky, jejichž vzdálenost určuje šroub (obr. 13). Vznikne tak systém na jemnou úpravu úhlu zrcadla o teoretické přesnosti 0,6°/otáčka.

Obr. 15. Vlevo držák zrcadla, vpravo zkompletovaná horní část.

Díl držáku zrcadla (obr. 15 vlevo) je uzpůsoben pro uchycení molybdenového zrcadla o průměru 25 mm o 3mm tloušťce. Následně je tento celek namontován na pilíř a držen na místě přítlačnou sílou gumiček (obr. 15 vpravo) či pružinek.

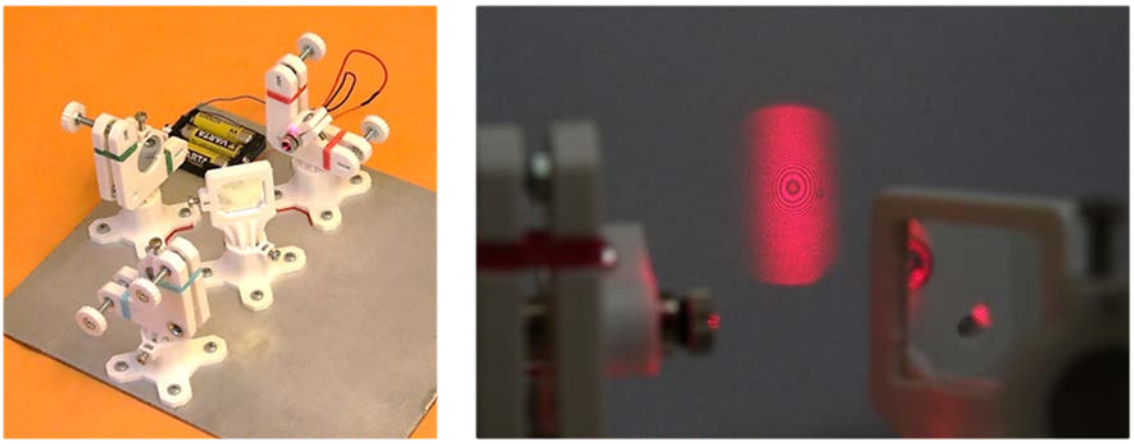
Obr. 16. Celkově složený modul se zrcadlem.

Nutno připomenout, že pro funkční interferometr je tento modul potřeba dvakrát.

Kompletace

Poslední modul je stvořen k uchycení laseru o průměru 12 mm. Jeho konstrukce je velmi podobná konstrukci modulů se zrcadly. Stačí jen vytisknout *Laser_holder.stl*.

Nyní se moduly složí do finální konfigurace interferometru (obr. 17 vlevo) a pro zprovoznění zbývá již jen proces zaměření.



Obr. 17. Vlevo funkční demonstrační aparatura, vpravo výsledný interferenční obrazec.

Literatura

[1] Historie Michelson-Morleyho experimentu [05.10.2020] https://en.wikipedia.org/wiki/Michelson%E2%80%93Morley_experiment#:~:text=The%20Michelson%E2%80%93Morley%20experiment%20was,July%201887%20by%20Albert%20A.

[2] Observatoř LIGO (Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory) [05.10.2020] https://en.wikipedia.org/wiki/LIGO

[3] Gravitační vlny kolidujících černých děr přeměněné na zvuk [14.09.2020]
https://www.youtube.com/watch?v=QyDcTbR-kEA

[4] Znázornění sčítání vln dle principu superpozice [14.09.2020]
https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_interference

[5] Změna fázového posunu při měnění délky jednoho z ramen [14.09.2020]
https://www.muelaner.com/laser-interferometers/

[6] Interferenční obrazce (pruhy a soustředné kružnice) [15.09.2020]
https://www.tau.ac.il/~phchlab/exp-interferometry-theory.html

[7] Napřímený diagram interferometru [14.09.2020]
https://en.wikipedia.org/wiki/Interferometry

[8] Ukázka pohybu interferenčních obrazců v závislosti na délkách ramen [05.10.2020]
https://www.youtube.com/watch?v=j-u3IEgcTiQ

[9] Výpočet vlnového čísla a intenzity výsledných vln [05.10.2020]
https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_interference

[10] Výpočet fázového posunu z rozdílu drah paprsků [05.10.2020]
https://byjus.com/physics/relation-between-phase-difference-and-path-difference/

[11] Sofistikovanější, ale rovněž nákladnější verze LEGO interferometru [05.10.2020]
https://www.instructables.com/Michelson-Interferometer-build-from-LEGOR-bricks/

[12] Soubory k 3D tisku, LEGO držák zrcadla a aplikace simulátoru [12. 09. 2020]
https://drive.google.com/drive/folders/1IfBxRkx811PlHWsv8T0eQFZlE-8XOee5

[13] 3D printed Laserlab [14. 09. 2020]. https://scoollab.web.cern.ch/laserlab3D