# Jednoduché výpočty ve fyzice živé přírody

ZDENĚK BOCHNÍČEK
Přírodovědecká fakulta MU, Brno

## Abstrakt.

V příspěvku je ukázáno několik příkladů použití jednoduchých fyzikálních modelů na popis dějů v živé přírodě, převážně v souvislosti s lidským tělem. Příklady z mechaniky a termiky vyžadují pouze znalosti fyziky střední, nebo dokonce základní školy. Modely přes svou jednoduchost poskytují výsledky dobře shodné s experimentem, nebo s naší každodenní zkušeností.

## Úvod

Objekty živé přírody podléhají fyzikálním zákonům stejně jako vše ve vesmíru. Detailní popis dějů v živé přírodě může být velmi komplikovaný, ať se jedná například molekulární interakce v živé buňce nebo činnost pohybového aparátu člověka během nějakého sportovního výkonu. Pokud se však spokojíme s přibližnými odhady, může být vhodný fyzikální model velmi jednoduchý.

V příspěvku je popsáno několik modelů konkrétních situací souvisejících s lidským tělem. Tematicky jsou modely omezeny na oblast mechaniky a termiky nevyžadují hlubší než středoškolské nebo dokonce základoškolské znalosti fyziky.

## Svalová síla

Tahová síla svalu je u jednoduchých, tzv. nezpeřených svalů dána počtem svalových vláken, tedy v podstatě příčným průřezem svalu. Udává se, že maximální napětí $\sigma$, která je schopen sval vyvinout, je asi 300 kN/m$^2$. Reálně je tato hodnota ovlivněna trénovaností jedince, ale jako přibližný odhad nám postačí.

Pro popis je asi nejjednodušší situace u dvouhlavého svalu pažního, bicepsu, který přes loketní kloub přitahuje předloktí k paži. Zkusme odhadnout, jaké maximální závaží udržíme v jedné ruce při vodorovném předloktí. Situace je znázorněna na obrázku 1.

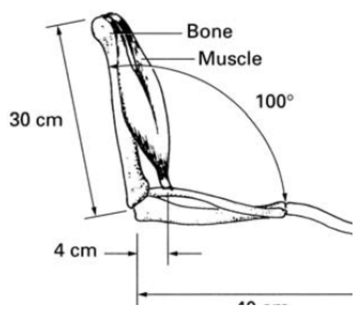
Dvouhlavý sval je upevněn asi v jedné desetině vzdálenosti mezi loketním kloubem a dlaní. Sílu svalové kontrakce snadno spočítáme jako

$$F_{svalu} = \sigma \cdot S$$

Odhaduji, že můj dvouhlavý sval má průřez asi 50 cm$^2$, pak je síla svalu rovna

$$F_{svalu} = 300 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 1500\mathrm{N}$$

Vzhledem k pákovému mechanismu je síla v dlani asi desetinou, tedy




Obr. 1

$$F_{ruky} = \frac{F_{svalu}}{10} = 150\mathrm{N}$$

to odpovídá tíhové síle 15 kg závaží, což je v dobrém souladu s mými reálnými schopnostmi.

## Rychlost chůze

Podle zkušenosti i podle objektivních měření existuje jen úzký interval rychlostí chůze, ve kterém je chůze dostatečně rychlá, vytrvalá a efektivní. Předpokládejme tedy, že optimální rychlost chůze odpovídá vlastní frekvenci kmitů nohy. Noha je fyzické kyvadlo s osou v kyčelním kloubu a tedy periodu kmitů lze vyjádřit známým vztahem jako

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}}$$

Pro odhad momentu setrvačnosti uvažujeme nohu jako homogenní tyč délky $l$. Nehomogenitu nohy/tyče částečně zohledníme předpokladem, že těžiště nohy je ve vzdálenosti 40 % délky nohy od kyčelního kloubu. Dostaneme tak odhad periody kmitů

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{12}ml^2 + m\left(0{,}4\cdot l\right)^2}{m\,g\cdot 0{,}4\cdot l}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{12}l + \left(0{,}4\right)^2\cdot l}{g\cdot 0{,}4}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{12}\cdot 1 + \left(0{,}4\right)^2\cdot 1}{10\cdot 0{,}4}} \div 1{,}5\,\mathrm{s}$$

kde jsme za délku nohy dosadili hodnotu 1m.

S uvážení délky kroku 0,8m pak pro rychlost chůze dostaneme

$$v = \frac{2\cdot d}{T} = \frac{2\cdot 0{,}8\mathrm{m}}{1{,}5\mathrm{s}} = 3{,}8\ \mathrm{km/h}$$

Kmity fyzického kyvadla nejsou standardní součástí středoškolského učiva. Pokud aproximujeme nohu jako matematické kyvadlo délky 40 % celkové délky nohy, vychází rychlost chůze 4,4 km/h.

Obě získané hodnoty jsou blízké skutečné obvyklé rychlosti chůze dospělého člověka.

## Rychlost chůze a velikost chodce

Je zajímavé si všimnout, jak souvisí rychlost chůze s velikostí chodce (resp. s délkou dolních končetin). Snadno odvodíme, že rychlost je úměrná druhé odmocnině z délky nohy (pro model fyzického i matematického kyvadla). Což je pravidlo přibližně platné pro suchozemská zvířata.

## Rychlost běhu a velikost běžce

Vyjdeme ze vztahu pro periodu kmitů nohy při chůzi

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2}{m\,g\cdot 0{,}4\cdot l}}$$

Při chůzi nohu urychluje tíhová síla (výraz *mg* ve jmenovateli), při běhu je to síla svalů, která je úměrná ploše průřezu svalu (tedy druhé mocnině délky nohy). Hmotnost je přitom úměrná třetí mocnině lineárního rozměru těla (délky nohy). Použijeme-li zmíněné úměrnosti, dostaneme

$$T \approx \sqrt{\frac{l^5}{l^3}} = l\,.$$

Perioda kmitů nohy je při běhu úměrná její délce. Délka kroku je ovšem také úměrná délce nohy a z této úvahy vychází, že rychlost běhu na velikosti běžce nezávisí. Skutečně v přírodě pro středně velké živočichy nenacházíme žádnou závislost rychlosti běhu na jejich velkosti. Například žirafa běží rychlostí 50km/h zatímco mnohem menší zajíc 60 km/h.

## Skok o tyči

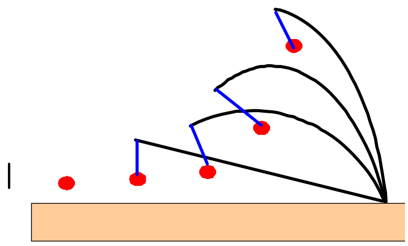
Při skoku o tyči je výšky dosaženo tak, že s využitím elasticity tyče je vodorovný běh atleta převeden do svislého směru., viz obr. 2. Vlastní úsilí atleta během letu je pro celkovou výšku skoku podstatně méně významné. Za tohoto předpokladu můžeme výšku skoku o tyči odhadnout ze zákona zachování mechanické energie

$$E_{K(\,při\ rozběhu\,)} = E_{P(maximální\ \ při\ výstupu)}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad \Rightarrow \quad h = \frac{v^2}{2g}$$

Nejlepší mužští atleti se při rozběhu blíží rychlosti 10m/s. Takto pro výšku skoku dostaneme

$$h = \frac{10^2}{2 \cdot 10} = 5\text{m}$$



Obr. 2

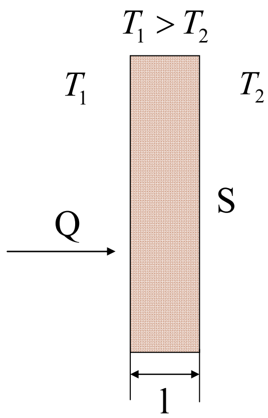
S uvážením skutečnosti, že těžiště atleta se při rozběhu pohybuje přibližně ve výšce přibližně 1m, je výsledná výška skoku rovna 6 m, což je hodnota velmi blízká světovému rekordu 6,16 m (Renaud Lavillenie, 2014)

## Tepelné ztráty člověka

Pokusme se odhadnout, jakou vrstvou je tepelně izolované lidské tělo. Předpokládejme, že při okolní teplotě cca 26 °C by se klidný, spoře oděný člověk cítil po delší dobu teplotní komfort. To znamená, že tepelné ztráty jsou za těchto podmínek vyrovnány s klidovým tepelným výkonem lidského těla.

Za ustáleného stavu je tepelný výkon procházející napříč velkou homogenní deskou dán vztahem

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{S\,(T_1 - T_2)\,\lambda}{l}$$




Obr. 3

Kde význam symbolů je buď jasný nebo zřejmý z obrázku 3. Tloušťka izolační vrstvy a její tepelná vodivost jsou v případě komplikované struktury lidského těla zcela nejasné veličiny. Provedeme tedy substituci, ve které jsme poměr těchto veličin nahradili veličinou *β*.

$$S\Delta T\frac{\lambda}{l} = S\Delta T\beta$$

Z rovnice snadno určíme

$$\beta = \frac{P}{S\Delta T} = \frac{80}{1{,}5\cdot 10} = 5{,}5\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K}},$$

Kde jsme za klidový tepelný výkon dosadili 80W a za plochu povrchu těla 1,5 $m^2$.

Význam číselné hodnoty *β* si není snadné nějak názorně představit. Spočítejme tedy, jakou tloušťku by musel mít obvyklý izolační materiál (pěnový polystyrén nebo minerální vata), aby bylo dosaženo stejné hodnoty *β*.

$$\beta = \frac{\lambda}{l} \quad\Rightarrow\quad l = \frac{\lambda}{\beta} = \frac{0{,}035}{5{,}5} = 0{,}006\mathrm{m} = 6\mathrm{mm}$$

Naše tělo je tedy izolováno tak, jako by bylo pokryto 6mm vrstvou stavebního izolačního materiálu. Možná se to zdá málo, ale je to v souladu s našimi zkušenostmi. Jsme-li izolováni jen tenkou vrstvou, pak přidání další tenké vrstvy, například košile, bude mít velký vliv na naši tepelnou pohodu za nižší okolní teploty. A tak to skutečně je.

## Pocení maratonce

Za jistých předpokladů lze velmi jednoduše odhadnout, kolik maratónec vypotí během závodu, a kolik by tedy měl pít.

Předpokládejme, že závod se koná za takových teplotních podmínek, kdy by se maratónec v klidu ve svém běžeckém dresu dlouhodobě cítil v teplotním komfortu (viz obdobná úvaha v předchozím příkladu). Mechanický výkon vrcholového sportovce při vytrvalostním běhu je asi 300 W. Je-li účinnost práce lidských svalů 20 % - 25 %, pak se při tomto mechanickém výkonu uvolňuje tepelný výkon asi 1200 W. Tento výkon se musí uchladit odpařováním vody (potu) z povrchu kůže. Snadno sestavíme rovnici

$$Q = P\cdot t = m\cdot l_{vyp} \quad\Rightarrow\quad m = \frac{P\cdot t}{l_{vyp}}$$

kde $l_{vyp}$ je skupenské teplo výparné, ostatní symboly mají obvyklý význam. Dosazením (předpokládáme, že maratónec běží 2,25 hodiny) dostaneme

$$m = \frac{1200\cdot 3600\cdot 2{,}25}{2{,}5\cdot 10^6} = 4\mathrm{kg},$$

což velmi dobrá shoda s obvyklým doporučením vypít během závodu 4 - 5 litrů vody.

## Ztráty tepla dýcháním

V chladném počasí ztrácíme značné množství tepla dýcháním. Studený vzduch se v našich plicích jednak ohřívá, a jednak zvlhčuje. Odhadněme, kolik tepla takto ztrácíme při okolní teplotě např. 0 °C. Předpokládejme, že v klidu dýcháme v průměru 0,3 l/s a vydechujeme vzduch o teplotě našeho těla a 100% relativní vlhkosti.

### Vliv ohřevu vzduchu

Výkon tepelných ztrát lze určit jako

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{mc\Delta T}{t} = \frac{V\rho c\Delta T}{t},$$

kde $c$ je měrná tepelná kapacita vzduchu, $m$ je hmotnost vydechovaného vzduchu, $V$ jeho objem a $\rho$ hustota. Dosazením číselných hodnotu dostaneme

$$P = \frac{0,3\cdot 10^{-3}\cdot 1,3\cdot 1000\cdot 36}{1} = 14\,\mathrm{W}$$

### Vliv zvlhčení vzduchu

Maximální hmotnost vodní páry ve vzduchu - absolutní vlhkost - velmi silně závisí na teplotě, viz tabulka. Při ohřevu se v kontaktu se sliznicí vzduch zvlhčuje a tepelný výkon potřebný k odparu vody lze určit jako

| teplota (°C) | abs. vlhkost (g/m$^3$) |
|---|---|
| 0 | 4,9 |
| 10 | 9,4 |
| 20 | 17,3 |
| 30 | 30,4 |
| 36 | 41,5 |
| 40 | 50,2 |

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{m_{voda} l_{vyp}}{t},$$

kde $m_{voda}$ je hmotnost odpařené vody. S využitím tabulky dosadíme číselné hodnoty

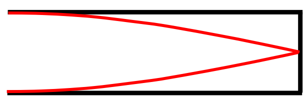
$$P = \frac{(41,5-4,9)\cdot 10^{-3}\mathrm{kgm^{-3}}\cdot 0,3\cdot 10^{-3}\mathrm{m^3}\cdot 2,5\cdot 10^{6}\mathrm{Jkg^{-1}}\cdot}{1\mathrm{s}} = 28\,\mathrm{W}$$

V součtu jsou ztráty tepla za těchto podmínek obrovské; tvoří asi 50 % našeho klidového tepelného výkonu. Znalost této skutečnosti může mít pro nás velký význam. Pokud například spíme za nepříznivých podmínek a je nám v noci zima, velmi pomůže, pokud si zcela přikryjeme hlavu a dýcháme do nějaké odvětrávané kapsy. Pak totiž částečně vdechujeme předchozími výdechy ohřátý a zvlhčený vzduch a tepelné ztráty tak významně snížíme. Podle osobních zkušeností autora, je efekt takového opatření značný.

## Rezonance ve vnějším zvukovodu

Zvukovod je trubice, kterou je do středního ucha přiváděn zvuk. Je ukončena bubínkem a má délku asi 2,5cm. Na zvukovod se můžeme dívat jako na rezonanční trubici s jedním uzavřeným a jedním otevřeným koncem. První rezonanční mód tedy odpovídá situaci, kde délka trubice je rovna čtvrtině vlnové délky zvuku, tedy rezonanční frekvence je rovna

$$f = \frac{c_{zvuku}}{\lambda} = \frac{340}{0,1} = 3400\,\mathrm{Hz}.$$



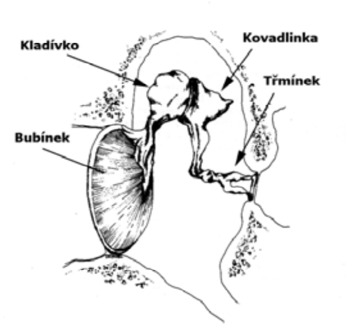
Obr. 4

Skutečně v oblasti frekvencí kolem 3000 Hz má lidské ucho nejvyšší citlivost.

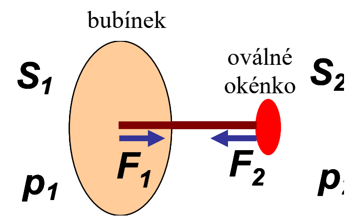
## Zesílení zvuku ve středním uchu

Střední ucho převádí zvukové vlnění do vnitřního ucha. Ale nejen to, Střední ucho je současně velmi účinným zesilovačem intenzity zvuku, který pracuje na jednoduchém fyzikálním principu.

Střední ucho je ohraničeno bubínkem a oválným okénkem. Základní trik je v tom, že bubínek má asi 20krát větší plochu než oválné okénko (60mm2 resp. 3mm2), viz obrázek 5. Předpokládejme nejprve, že bubínek je s oválným okénkem spojen tuhou tyčkou, která pouze přenáší tlakovou sílu zvuku na bubínek přímo na oválné okénko, viz obr. 6.



Obr. 5



Obr. 6

Pak zřejmě platí

$$F_1 = F_2$$
$$p_1 S_1 = p_2 S_2$$
$$p_2 = \frac{p_1 S_1}{S_2},$$

kde $p_1$ a $p_2$ jsou příslušné akustické tlaky. Vzhledem k tomu, že oválné okénko ($S_2$) je asi 20krát menší než bubínek ($S_1$), je tlak na oválné okénko 20krát vyšší, než původní akustický tlak na bubínek.

Ve skutečnosti středoušní kůstky nepřevádějí tlakovou sílu z bubínku na oválné okénko ve stejné velikosti, ale pracují jako páka se zesílením asi 1,5krát. Celkově je tedy akustický tlak ve středním uchu zesílen přibližně 30krát. Intenzita zvuku je úměrná druhé mocnině amplitudy akustického tlaku, tedy intenzita je zesílena téměř 1000krát, tj. o 30 dB.

## Závěr

Fyzika popisuje svět kolem nás. Přesto se, paradoxně, často žákům jeví jako abstraktní a od reality odtržená věda. Využití příkladů popisujících dobře známé jevy z bezprostředního okolí žáků může být pro žáky nejen zajímavé a atraktivní, ale může zvýšit respekt k fyzice jako takové.

Oblast živé přírody a lidské tělo zejména patří k nejvhodnějším objektům pro žákovské fyzikální zkoumání. Posílení nyní tak propagovaných mezipředmětových vztahů je jen dalším bonusem navíc.