

Další nápady z Malé Hraštic 5: Jak silné jsou magnety?

LEOŠ DVOŘÁK

Katedra didaktiky fyziky MFF UK Praha

Příspěvek nabízí několik jednoduchých možností, jak přibližně změřit hodnotu magnetické indukce v blízkosti magnetů, i když jde již o hodnoty mimo rozsah běžných měřičů magnetické indukce. Věnuje se také síle, kterou se magnety přitahují. Ve všech případech vystačíme s trochou teorie, většinou maximálně na středoškolské úrovni; s vlastnostmi magnetů se přitom můžeme seznamovat „badatelsky orientovaným“ způsobem.

Úvod

Na tradičním Jarním soustředění pro učitele fyziky na Malé Hraštic se formou mini-projektů věnujeme různým oblastem fyziky, viz např. [1]. Letos byla hlavním tématem elektřina a magnetismus. Já sám jsem to vzal jako příležitost přiučit se něco o magnetech, o tom, jak silné je jejich magnetické pole a jak je to s jejich vzájemným působením. A udělat to pomocí co nejjednodušších pokusů, využitelných i na úrovni střední školy. V tomto příspěvku se podělím o příklady, co lze o magnetech vybadat pomocí pokusů a jednoduchých teoretických úvah.

1. Magnetická indukce trvalých magnetů podle údajů prodejců

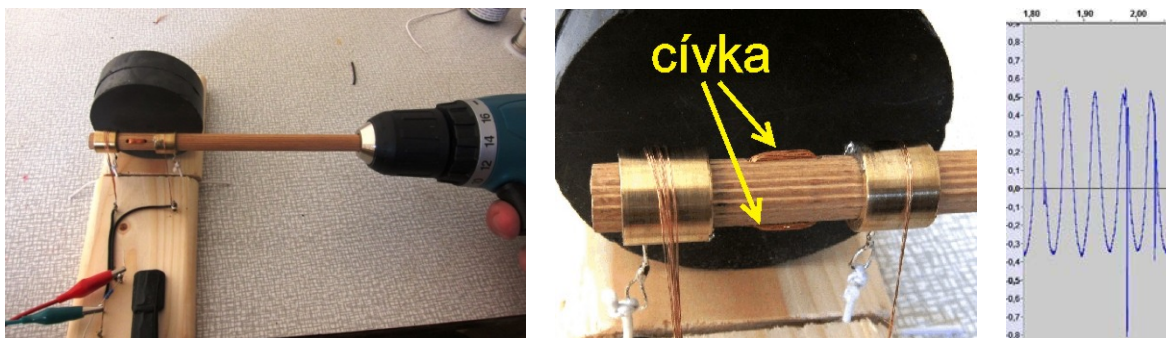
Moderní neodymové magnety jsou opravdu silné. Na stránkách prodejce [2] lze najít informaci o tom, že magnetická indukce, resp. remanence B_R , je v závislosti na konkrétním materiálu magnetu, v rozmezí 1,2 až 1,5 T. Pro feritové magnety je B_R v rozmezí 0,2 až 0,5 T, viz odkazy ze stránek [2].

K tomu, co je to remanence, se ještě vrátíme v části 5. Jde o hodnotu magnetické indukce, která je pro dané magnety charakteristická. Můžeme tedy předpokládat, že v blízkosti pólu magnetu má B zhruba tuto hodnotu. Nebo ne? A jak si to ověřit? Rozsah běžných teslametrů v sondách k dataloggerům je typicky do 100 mT [3, 4]. K dispozici jsou samozřejmě i teslametry s větším rozsahem, jenže ty jsou dražší a zřejmě nejsou na většině škol dostupné. Nešlo by změřit magnetickou indukci jinak?

2. Měříme B pomocí rotující cívky

Jednou z možností, jak měřit B , je pomocí zákona elektromagnetické indukce. Rotující cívku o ploše S , jejíž osa je kolmá ke směru magnetické indukce \vec{B} (pole považujeme za homogenní) prochází magnetický tok $\Phi = BS \cos(\omega t)$, kde ω je úhlová frekvence otáčení. V jednom závitě cívky se indukuje napětí $u_1 = BS \omega \sin(\omega t)$, v N závitech samozřejmě N -krát více. Maximální indukované napětí je tedy $U_m = NBS \omega$, efektivní napětí U pak $U = NBS \omega / \sqrt{2}$. Odtud $B = \sqrt{2} U / (NS \omega)$.

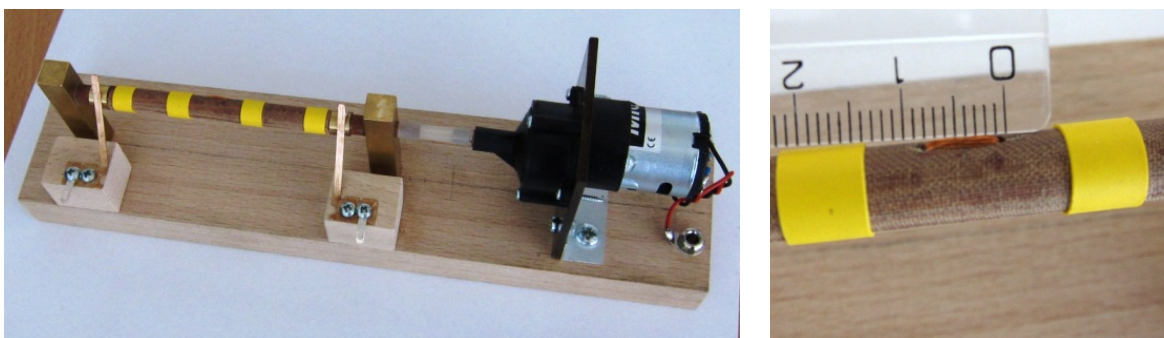
Magnetickou indukci chceme měřit v těsné blízkosti magnetu, cívka tedy musí být malá. V původní verzi měla cívka rozměr 1×1 cm a byla vytvořena smaltovaným drátem o průměru asi 0,17 mm protaženým dvěma otvory vyvrtanými v dřevěné tyčince, tou otáčela ruční akumulátorová vrtačka, viz Obr. 1. Vývody cívky byly připájeny ke dvěma kroužkům z mosazi (šlo by užít i kousky měděné trubičky). Největším problémem se ukázaly být kartáčky odvádějící indukované napětí. Nouzově byla použita odizolovaná měděná lanka, ale jednak kontakt nebyl vždy spolehlivý a navíc lanka vydržela vždy jen krátce.



Obr. 1. Rotující cívka u feritového magnetu a napětí zaznamenané počítačem

Vrtačka dokázala cívku otáčet rychlostí 19 otáček/s, tj. $\omega \doteq 120 \text{ s}^{-1}$. Při 30 závitěch by pro $B = 1 \text{ T}$ mělo být indukované napětí asi 0,25 V, což jde dobře měřit obyčejným multimetrem. Ve skutečnosti byla naměřená napětí nižší; výpočet podle výše uvedeného vztahu dal pro feritový magnet hodnotu B jen asi 0,07 T.

Podobné hodnoty vycházejí i z měření pomocí následně zhotovené dokonalejší pomůcky, viz Obr. 2. (Můj dík za ni patří ing. Ludvíku Němcovi z naší katedry.) Zde je cívka ještě menší (asi 7×7 mm, aby bylo možno měřit pole blíže u magnetů), kartáčky jsou spolehlivé a osičkou otáčí modelářský motorek s převodovkou. Počet závitů drátem o průměru 0,1 mm je $N = 44$, frekvence otáček cívky při napájení motorku z ploché baterie je asi $f = 56 \text{ Hz}$, takže $\omega \doteq 352 \text{ s}^{-1}$. Při otáčení osičky v blízkosti pólu velkého feritového magnetu bylo indukované napětí asi 46 mV, v případě většího neodymového magnetu až 180 mV.

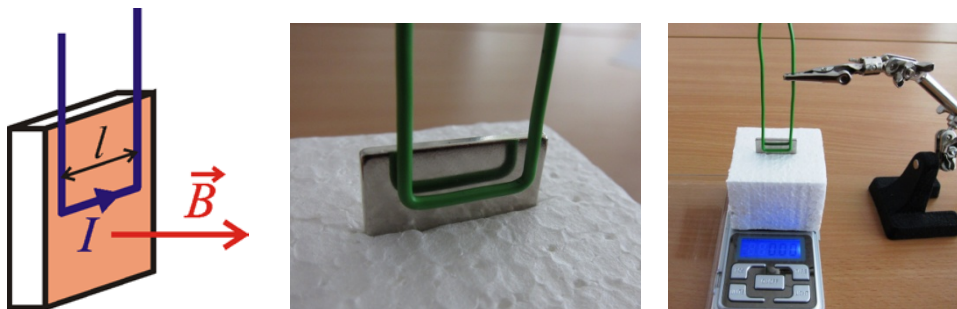


Obr. 2. Dokonalejší pomůcka pro měření B pomocí malé rotující cívky

Podle vztahu (1) dostáváme naměřenou velikost indukce u feritového magnetu 0,075 T, u většího neodymového pak magnetu 0,29 T. Jde opět o menší hodnoty, než jsme očekávali. Chtělo by to přesvědčit se o hodnotách magnetické indukce ještě jiným způsobem.

3. Měříme B pomocí síly na vodič s proudem

Síla, kterou magnetické pole působí na vodič délky l , kterým protéká proud I , je dána (v případě, že vodič je kolmý na směr \vec{B}) známým vztahem $F = BIl$. Stačí tedy změřit proud a sílu a pak vypočítat hodnotu magnetické indukce. Problémem ale mohou být přívody, jimiž k danému vodiči přivádíme proud. Nejsou-li „nekonečně měkké“, mohou za vodič tahat a ovlivňovat měřenou sílu. Výhodnější proto může být měřit sílu, která působí na magnet, v jehož blízkosti je vodič s proudem. Podle principu akce a reakce musí být její velikost stejná jako velikost síly působící na vodič.



Obr. 3. Vodič s proudem působí na magnet silou ve svislém směru

Měříme-li svislou sílu působící na magnet v uspořádání podle Obr. 3, pak proud tekoucí svislými částmi vodiče sílu neovlivňuje, uplatní se opravdu jen část vodiče délky l . Sílu ve svislém směru můžeme měřit tak, že magnet postavíme na nemagnetický podstavec stojící na malých digitálních vahách.

V konkrétním případě byl použit neodymový magnet o rozměrech $25 \times 15 \times 2$ mm, vodič měl délku $l = 15$ mm a proud, který jím protékal, byl měněn v rozmezí 1 až 5 A. Změřená síla byla skutečně přímo úměrná proudu. Pro $I = 5$ A byla naměřena síla 7,5 mN; magnetická indukce pak vychází

$$B = \frac{F}{Il} = \frac{7,5 \cdot 10^{-3} \text{ N}}{5 \text{ A} \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 0,1 \text{ T} . \quad (1)$$

I z tohoto měření tedy vyšla výrazně nižší hodnota než (naivně?) očekávaných více než 1 T. Je dokonce ještě o dost nižší než v případě velkého neodymového magnetu. Nešlo by tyto hodnoty ověřit ještě jiným nezávislým měřením?

4. Měříme B pomocí síly potřebné k odtržení dvou magnetů

Poslední způsob měření, který zde uvedeme, nevyžaduje žádné vodiče s proudem ani elektrické měřicí přístroje, vystačíme při něm s pouhým siloměrem.

Naše měření bude vycházet z jednoduchého problému: *jak velkou silu při sobě drží dva magnety?* Neboli, jak velkou silou je od sebe odtrhneme? I když jde o docela praktický problém, jehož řešení lze najít ve starých učebnicích, nebývá mnohdy při výuce elektřiny a magnetismu diskutován. A přitom jde o jednoduchou a hezkou aplikaci vzorečku pro energii magnetického pole. V případě homogenního pole v prostoru o objemu V , je energie magnetického pole E_m rovna $E_m = \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B} V$.

Pokud dva magnety s póly původně „připlácnutými“ na sebe vzdálíme o malou vzdálenost x a plocha pólu magnetu je S , vznikne mezi nimi malý prostor o objemu $V = Sx$. Magnetická intenzita ve vzduchu mezi magnety je prakticky stejná jako ve vakuu, takže $H = B/\mu_0$ a energie magnetického pole v mezírce mezi magnety je

$$E_m = \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B} Sx = \frac{B^2}{2\mu_0} Sx . \quad (2)$$

Nepatrným posunutím magnetů se prakticky nezměnilo magnetické pole jinde v prostoru, takže celková energie soustavy magnetů a s nimi spjatého magnetického pole se zvětšila právě o hodnotu danou (2). Odkud se toto zvýšení energie vzalo? Jediným zdrojem je práce, kterou jsme vykonali, když jsme magnety od sebe odtrhávali:

$$W = F \cdot x , \quad (3)$$

Porovnáním (2) a (3) pak okamžitě dostáváme pro sílu vztah

$$F = \frac{B^2}{2\mu_0} S . \quad (4)$$

Pro dva malé ploché magnety o průměru $d = 1$ cm (a výšce 2 mm) je síla pro jejich odtržení asi 8 N, z čehož ze (4) po úpravě vychází

$$B = \sqrt{\frac{2\mu_0 F}{S}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} (\text{T}^2 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{N}^{-1/2}) F}{(\pi/4) \cdot d^2}} \doteq 0,18 \text{ T} \cdot \frac{\sqrt{F/1 \text{ N}}}{d/1 \text{ cm}} \doteq 0,5 \text{ T} .$$

5. Proč není B vyšší...

Proč jsme u neodymových magnetů neměřili B v hodnotě 1 T nebo vyšší? Pojdme se na situaci podívat trochu podrobněji.

Magnetická indukce u pólu, těsně nad povrchem magnetu, je stejná jako magnetická indukci *pod* povrchem magnetu. (Normálové složky \vec{B} jsou totiž na rozhraní spojitě a běžné magnety jsou zmagnetovány tak, že u pólu je \vec{B} kolmá na povrch magnetu.) Potřebujeme tedy zjistit, jaká je magnetická indukce *uvnitř* magnetu.

Uvnitř magnetu z magneticky tvrdého materiálu je magnetická indukce dána vztahem

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{P} , \quad (5)$$

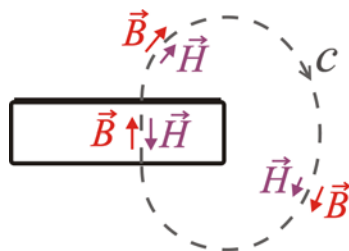
kde \vec{H} je magnetická intenzita a \vec{P} magnetická polarizace. Magnetická remanence B_R , uváděná výrobcí, je přitom hodnota B při $H = 0$. Ze vztahu (5) vidíme, že $B_R = P$ (při $H = 0$).

Pro neodymové magnety můžeme považovat P přibližně za konstantní (pokud není vnější pole opravdu velmi silné, třeba $H \gtrsim 10^6$ A/m, viz např. [5]). Zdá se tedy, že v magnetu by mělo být i \vec{B} prakticky konstantní a rovno \vec{P} . Přece pokud nebudíme magnetickou intenzitu například tak, že bychom dali magnet do cívky s proudem, bude uvnitř magnetu $H = 0$, nebo ne? Takže B uvnitř magnetu (a venku těsně u jeho

pólů) by mělo být alespoň přibližně rovno magnetické remanenci B_R , tedy mít hodnotu přes 1 T! Nebo snad uvnitř magnetu není $H = 0$?

Právě že není. A dokonce tam \vec{H} míří proti směru \vec{P} . Ukáže to následující úvaha vycházející z Ampérova zákona.

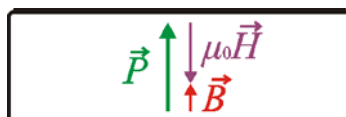
Součet příspěvků $\vec{H} \cdot \Delta\vec{r}$ po uzavřené křivce je podle Ampérova zákona roven celkovému proudu I protékajícímu plochou, kterou křivka ohraničuje. Na VŠ úrovni to zapíšeme pomocí křivkového integrálu: $\oint_c \vec{H} \cdot \overrightarrow{d\vec{r}} = I$. Situaci ukazuje obr. 4, křivka c značená čárkovaně je magnetická indukční čára.



Obr. 4. Magnetická indukce B a magnetická intenzita H vně a uvnitř magnetu

V našem případě ovšem máme jen trvalý magnet, žádný proud zde není, $I = 0$. To znamená, že $\oint_c \vec{H} \cdot \overrightarrow{d\vec{r}} = 0$, celkový součet příspěvků magnetické intenzity je nulový. *Vně* magnetu přitom \vec{H} míří ve směru \vec{B} (neboť $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$), tedy ve směru obíhání křivky c , viz obr. 4.

Aby byl křivkový integrál nulový, musí nutně *uvnitř magnetu* \vec{H} mířit proti směru obíhání křivky, tedy *proti* směru \vec{B} . Jak ukazuje detail na obr. 5, je proto výsledná magnetická indukce B menší než P .

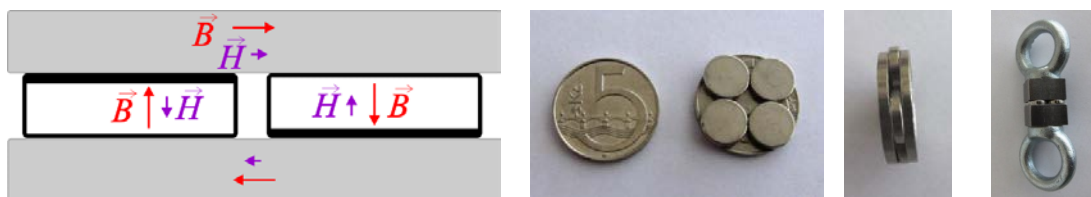


Obr. 5. Magnetická polarizace P , intenzita H a indukce B uvnitř magnetu

Na kvantitativní výpočty zde v krátkém článku není místo, ale vidíme, že výsledná indukce B u magnetu může být i výrazně menší než P , tedy než magnetická remanence B_R . Nesmíme se tedy divit, že jsme naměřili jen pár desetin tesla.

6. ... a přece jen ho vyšší uděláme!

Můžeme s našimi magnety vytvořit vyšší hodnoty B ? Ano, ale musíme dosáhnout toho, že H vně magnetu bude malé. Například tak, že póly magnetu spojíme materiálem o velké relativní permeabilitě μ_r . Pak $H = B/(\mu_0 \cdot \mu_r)$ bude malé, viz Obr. 6, takže i $\mu_0 H$ v magnetu může být výrazně menší, než P . Magnetická indukce pak může být blízka magnetické remanenci B_R .



Obr. 6. V uzavřeném magnetickém obvodu je B větší.
Větší je proto i síla potřebná k odtržení magnetů.

Síla potřebná k odtržení takovéto soustavy magnetů je opravdu výrazně větší: čtveřice neodymových magnetů o průměru 1 cm drží u sebe např. dvě pětikoruny značnou silou. Nahradíme-li pětikoruny většími kusy železa s rovným povrchem, je k jejich odtržení potřeba síly přes 140 N. Šestnáct těchto malých magnetů, ač samy dohromady neváží ani 20 gramů, pak udrží hmotnost přes 55 kg! Ze vztahu (4) pak vychází B rovno téměř 1,1 T.

Druhá možnost, jak získat B blízke B_R , je použít dlouhé tenké magnety: Magnetický tok vně magnetů je rozložen do velké plochy, proto je B na většině magnetické indukční čáry vně magnetu malé, stejně tak i H , takže v magnetu i těsně u pólu je B velké. Tomu odpovídá i síla odtržení: pro magnety o průměru 5 mm o délce 1,5 cm naskládané do délky asi 10 cm je síla na jejich odtržení asi 7 N; což dle (4) odpovídá B přibližně 1 T.

Závěr

Více pokusů a jejich rozboru se bohužel do tohoto článku nevejde; snad na ně bude prostor někdy příště. Doufám, že i výše uvedený stručný popis vám bude inspirací jak pro pokusy, tak pro jejich diskusi ve Vašich třídách.

Literatura

- [1] Dvořák L.: *Další nápady z Malé Hraštic 3: co lze měřit na člověku*. In: Sborník konference Veletrh nápadů učitelů fyziky 18. Ed. M. Křížová, Hradec Králové 2013. s. 34-38. Dostupné online na <http://vnuf.cz/sbornik/prispevky/18-03-Dvorak.html>.
- [2] Neomag-magnet, s.r.o.: Neodymové magnety NdFeB. Dostupné online na <http://www.neomag.cz/cz/katalog/neodymove-magnety/>.
- [3] Vernier CZ: Vybavení pro výuku přírodovědných oborů – čidlo magnetického pole (teslametr). Dostupné online na <http://www.vernier.cz/produkty/podrobne-informace/kod/MG-BTA>
- [4] Pasco.cz: Senzor magnetického pole. Dostupné online na <http://www.pasco.cz/produkty/senzor-magnetickeho-pole>
- [5] PRYSMAG: *Demagnetization Curves of Sintered Nd-Fe-B Magnets. Neo 38-H*. Online: http://prysmag.com/upfile/PDF/Prysmag_Demagnetization_Curve_Neodymium_Magnet_38H.pdf