

Proudění tekutiny v rotující soustavě, aneb prozradí nám vír ve výlevce, na které polokouli se nacházíme?

PAVEL KONEČNÝ

Katedra obecné fyziky přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity

Úvod

Podobnost víru v umyvadle s prouděním vzduchových hmot kolem tlakových níží může vést k hypotéze, že vír vody v umyvadle je, stejně jako rotace vzduchových mas, způsobena zemskou Coriolisovou silou. Pokud zájemce o bližší poznání nahlédne do internetu, zpravidla se dočte, že vliv Coriolisovy síly na vznik víru je zanedbatelný, rozhodující jsou počáteční podmínky, tj. jaký byl pohyb vody jako celku na počátku vypouštění. Diskutuje se také o vlivu tvaru nádoby.

Argumenty proti podstatnějšímu vlivu zemské Coriolisovy síly na vznik víru v umyvadle jsou založeny na odhadu velikosti Coriolisovy síly, a pro laika jsou obvykle obtížně pochopitelné, a to ze dvou důvodů.

Zprvė: je třeba vědět, co to Coriolisova síla (Coriolisovo zrychlení) vlastně je. Je sice popsána formálně jednoduchým vzorcem:

$$\vec{F}_{\text{Coriolis}} = m \cdot 2 \cdot \vec{v} \times \vec{\Omega}, \quad \vec{a}_{\text{Coriolis}} = 2 \cdot \vec{v} \times \vec{\Omega}$$

$$\left(\left| \vec{F}_{\text{Coriolis}} \right| = m \cdot 2 \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{\Omega}| \cdot \sin(\varphi_{\vec{v}, \vec{\Omega}}), \quad \left| \vec{a}_{\text{Coriolis}} \right| = 2 \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{\Omega}| \cdot \sin(\varphi_{\vec{v}, \vec{\Omega}}) \right)$$

(kde \vec{v} , m , $\vec{\Omega}$, $\varphi_{\vec{v}, \vec{\Omega}}$ je hmotnost, rychlost částice, vektor úhlové rychlosti rotující vztažené soustavy a úhel který svírají vektory rychlosti a úhlové rychlosti), za ním se ale skrývá náročnější pojmový aparát.

Druhý důvod spočívá v přílišném zjednodušování při kvantitativních odhadech vlivu Coriolisovy síly. Považujme na chvíli Zemi za inerciální soustavu a uvažujme vrh šikmý rychlostí \vec{v} . Horizontální složka rychlosti necht' je $\vec{v}_{\text{hor}} = \text{konst}$. Dráha částice vrhu šikmého necht' je s_i . Nyní udělejme opravu na Coriolisovo zrychlení. Složka $\vec{\Omega}_{\text{zem}}$ ve směru místní vertikály je $(\vec{\Omega}_{\text{zem}} \cdot \vec{e}_{\text{vert}}) \vec{e}_{\text{vert}} = |\vec{\Omega}_{\text{zem}}| \cdot \sin(\varphi) \vec{e}_{\text{vert}}$, kde φ je zeměpisná šířka. Velikost horizontální složky Coriolisova zrychlení je tedy v našich zeměpisných šířkách

$$a_{\text{Coriolis}, h} = 2 \cdot |\vec{\Omega}_{\text{zem}}| \cdot |\vec{v}_{\text{hor}}| \cdot \sin(\varphi) \cong 2 \cdot 7,27 \cdot 10^{-5} \cdot 0,766 \cdot |\vec{v}_{\text{hor}}| \cong 1,1 \cdot 10^{-4} \cdot |\vec{v}_{\text{hor}}|, \quad \text{ms}^{-2}$$

a směr je kolmý na \vec{v}_{hor} . Za předpokladu, že je Coriolisovo zrychlení malé, lze směr (horizontální složky) Coriolisova zrychlení považovat za přibližně konstantní po celou dobu pohybu a pro odchylku trajektorie v horizontální rovině pak máme přibližně:

$$\Delta s \cong \frac{1}{2} \cdot a_{\text{Coriolis},h} \cdot t^2 \cong 5,6 \cdot 10^{-5} \cdot |\vec{v}_{\text{hor.}}| \cdot t^2 \cong 5,6 \cdot 10^{-5} \cdot |\vec{v}_{\text{hor.}}| \cdot \frac{s^2}{|\vec{v}_{\text{hor.}}|^2} \cong 5,6 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{s^2}{|\vec{v}_{\text{hor.}}|}, \quad m$$

kde $s \cong s_i$ je dráha vržené částice. Odchylka na severní polokouli směřuje napravo od směru pohybu. Pro rychlosti řádově desítky cm/s na vzdálenostech kolem 0,1 m vychází odchylka zanedbatelná.

Přenositelnost tohoto odhadu na situaci ve vypouštěném umyvadle je ovšem sporná, máme co do činění s kontinuem, nikoliv částicí, rychlost jednotlivých elementů rozhodně není konstantní atd. Dále, co když je tento velmi malý vliv zesílen nějakou nestabilitou v systému kapalina nádoba?

Lze argumentovat i jiným způsobem, například z pohledu pozorovatele v inerciální soustavě s využitím zákonů zachování momentu hybnosti apod., ale i zde jsou problémy s elementarizací, navíc v malých rozměrech hraje nezanedbatelnou roli viskozita vody.

Proto byla pro nalezení základní orientace v této problematice navržena aparatura pro demonstraci Coriolisovy a odstředivé síly z pohledu pozorovatele v neinerciální soustavě. Zařízení je koncipováno jako dálkově ovládaná malá „neinerciální“ otočná laboratoř, přímý přenos obrazu zajišťuje (low-end) barevná kamera s bezdrátovým přenosem (na frekvenci 2.4 GHz).

Experiment a aparatura

Specifikace aparatury

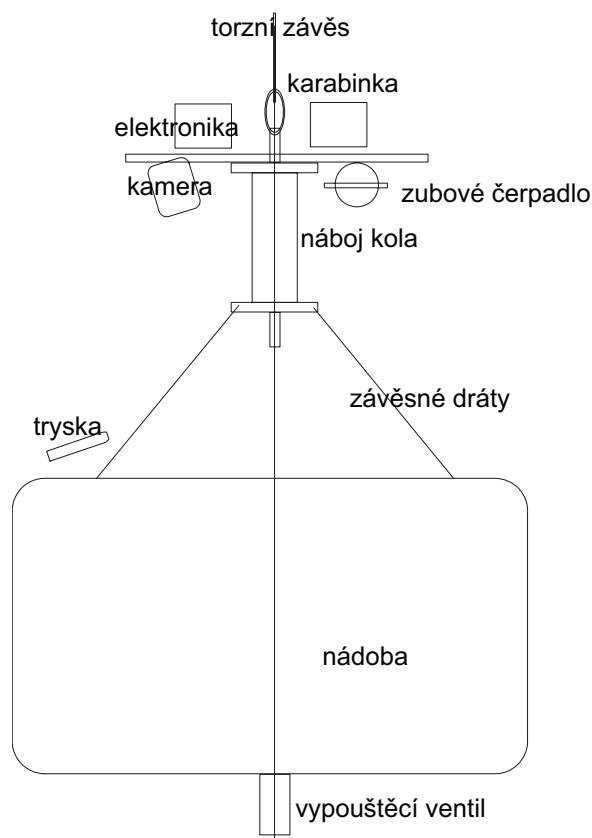
Pro jednoduchost uvažujme rotačně symetrickou (včetně výtokového otvoru) nádobu bez pohyblivých ploch. Prvky vnášející do okolí výtokového otvoru nesymetrii lze do nádoby vkládat dodatečně. Předpokládejme, že nádoba je volně otočná kolem vertikální osy a má vůči ní dostatečně malý moment setrvačnosti. V takovém případě může být snadno unášena viskózními silami a bude tedy fungovat jako indikátor otáčivého pohybu kapaliny v ní obsažené. Výtokový otvor v ose nádoby má válcovou symetrii a lze ho dálkově otvírat.

Popis aparatury

V předvedeném experimentu byla použita plastová průhledná nádoba o objemu asi 15 litrů a průměru 37 cm s trychtýřovitým zakončením. Aby bylo možné sledovat mechanické jevy v otáčející se soustavě, je nádoba zavěšena otočně na kuličkovém ložisku. Pro indikaci otáčení kapaliny jako celku a měření malých momentů má každé běžné ložisko příliš velký odpor. Proto je celek zavěšen ještě na dlouhém torzním závěsu, který musí splňovat podmínku, že se v závislosti na změně zatížení nesmí skrucovat nebo rozkrucovat. Pro pokusy se stálou rotací nádoby musí být možné torzní závěs vyřadit z funkce, například zajištěním spojovací karabinky proti otáčení. Velmi pomalé otáčení lze detekovat sledováním stopy laserového ukazovátka.

Konkrétní provedení závěsu nádoby využívá materiálu pro jízdní kola. Nádoba je zavěšena 6 vyplétacími dráty na tzv. náboj z předního kola bicyklu a ten je za osu

zavěšen přes jednoduchý systém karabinkou na torzní vlákno (pletená rybářská šňůra s velkou pevností, nebo ocelová struna). Výpustní otvor nádoby je opatřen 1/2 inch vodovodním kulovým ventilem (se světlostí výtokového otvoru 15 mm). Kulový ventil byl vybrán z toho důvodu, že v otevřeném stavu zachovává neporušený válcový výtokový otvor bez překážek a při otvírání a zavírání vnáší do kapaliny minimální poruchu. Je ovšem nutné vyrobít bezkontaktně ovládaný otevírací mechanismus ventilu, přímá ruční manipulace znamená hrubý zásah do systému. Nejednodušší je gumový mechanismus zajištěný v nataženém stavu (stav zavřeno) motouzkem. Přepálením motouzku se ventil otevře. U popisované aparatury bylo k ovládní použito modelářského dálkového ovládní. (V takovém případě je vodovodní kulový ventil zapotřebí uvolnit, aby ho servo utáhlo.) Aparatura je vybavena zubovým čerpadlem s regulací otáček a směrově nastavitelnou tryskou pro demonstraci Coriolisova zrychlení působícího na volně tryskající vodní paprsek. Zubové čerpadlo je z ostříkovače čelního skal auta, regulátor je opět modelářský.



Počáteční podmínky

Počátečními podmínkami se rozumí proudění vody v nádobě na počátku pokusu (vztaženo vůči Zemi). Má smysl uvažovat pouze jednoduché počáteční podmínky:

- a) kapalina se otáčí kolem vertikální osy (přibližně) jako tuhé těleso ve směru shodném s rotací Země,
- b) situace dle bodu a) ale s opačným směrem rotace,
- c) kapalina se vůči soustavě spojené se Zemí otáčí zanedbatelnou rychlostí (je v klidu).

(Předpokládáme, že vnitřní pohyb v kapalině je zanedbatelný.)

Další jednoduchou speciální počáteční podmínkou je vír s rychlostním profilem v závislosti na poloměru $1/r$. Touto možností se nebudeme zabývat.

Právě v určení počátečních podmínek kapaliny v nádobě je didaktický i praktický problém a to minimálně ze dvou důvodů:

1. Proudění v kapalině je tlumeno viskózními silami a spěje tedy do statického stavu (vztaženo k nádobě) s časem asymptoticky.

2. Pro popisované experimenty je významné otáčení kapaliny jako celku, (vzhledem k vertikální ose), a to i velmi pomalé. Jako měřítko můžeme brát úhlovou frekvenci otáčení Země $7,272 \cdot 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$.

Experiment

Odpověď na otázku v názvu práce byla hledána následujícím způsobem. Nádoba byla, při zajištěném torzním vláknu, naplněna cca 12 -13 litry vody. Po dostatečně dlouhé době ustálení (přibližně délka pracovního dne) byl ventil bezkontaktně otevřen. Nutno poznamenat, že popsáný pokus se pro demonstrační účely příliš nehodí, protože vyžaduje, aby bylo vše připraveno mnoho hodin dopředu a ponecháno bez rušivých mechanických vlivů.

Výsledek experimentu

Výsledek dosud provedených pokusů, je jednoznačný. Žádný vír ani otáčení vytékající kapaliny pozorováno nebylo. Pokusy byly opakovány i s jiným průměrem výtokového otvoru (10 mm). Přes to, že zbývá udělat ještě mnoho měření, lze z dosavadních výsledků učinit určitý závěr. Vzhledem k tomu, že rozměry nádoby, výtokového otvoru i objem vody v ní, jsou srovnatelné s rozměry a objemem umyvadel, lze usoudit, že v těchto prostorových i časových měřících se vír nevyvine.

Diskuse možných výsledků ve vztahu k příčinám vzniku víru

Uvažujme tři možné výsledky experimentu ve vztahu k počátečním podmínkám dle bodů a,b,c . Je to:

- I. Vír se nevyvine.
- II. Vyvine se proti směru hodinových ručiček.
- III. Vyvine se ve směru hodinových ručiček.

Možné příčiny vzniku víru jsou tři:

1. v počátečním stavu kapaliny dle bodu a), b), c),
2. v tvaru nádoby,
3. v zemské Coriolisově síle.

Poznámka: Pokud počáteční podmínky vyhovují bodům a) b), tj. nádoba s kapalinou se na počátku otáčí jako celek, jedná se o kvalitativně stejnou situaci jako pro případ podle bodu c) pouze s tím rozdílem, že je třeba přejít do soustavy spojené s otáčející se kapalinou. Příčinou roztočení je Coriolisova síla v nové soustavě spojené s nádobou.

Chování zavěšené nádoby pro jednotlivé případy

Chování nádoby poté, co se vyvinul vír by mělo umožnit odlišit možné příčiny vzniku víru 1. a 3. od 2.

Vliv Coriolisovy síly

Pokud se vyvine výrazný vír vlivem Coriolisovy síly ať už v soustavě spojené se Zemí pro počáteční podmínky podle bodu c), nebo vlivem Coriolisovy síly v soustavě, která se otáčí stejnou úhlovou rychlostí jako nádoba s vodou na počátku vypouštění, bude nádoba unášena viskózními silami ve směru víru a tím roztáčena.

V současném technickém stavu aparatury pro příliš velký odpor ložisek tento jev demonstrovat nelze.

Torzni závěs, který umožňuje detekci malých momentů, lze použít jen pro počáteční podmínky dle c), kdy se nádoba s kapalinou jako celek (na počátku) vůči Zemi neotáčí. V tomto případě se však žádný vír nevyvíjí.

Interakce s nádobou

Pokud by se vír vyvinul vlivem interakce s nádobou, pak by se nádoba musela roztáčet ve směru opačném (zákon akce a reakce). Síly, jejichž moment nádobu roztáčí, musí mít jiný původ (hydrodynamický), než síly viskózní.

Pokud je nádoba i výtokový otvor rotačně symetrický, k tomuto jevu nemůže dojít. K jeho vyvolání je potřeba vhodným způsobem změnit rotační symetrii (šroubovitá struktura vložená do výtokového otvoru vždy vede k cíli).

Pak může být rotace proudu vytékající kapaliny velmi výrazná a doprovázená reakcí roztáčející nádobu v opačném směru. Ovšem jedná se o něco jiného, než o vír vzniklý vlivem Coriolisovy síly, voda v nádobě, která teprve k otvoru přitéká, se neroztáčí.

Otázka nestability

Pro určitou geometrii výtokového otvoru s nižší než rotační symetrií může být proud tekutiny nestabilní v tom smyslu, že po otevření vypusti se náhodně roztočí v některém směru. Tento jev byl pozorován na jiném zařízení. Vždy je doprovázen reakčním momentem působícím v opačném směru než je otáčení vytékající tekutiny. Opět se jedná, stejně jako v předešlém případě, o něco jiného než o vír způsobený vlivem Coriolisovy síly.

Závěr

Výsledek pokusu s kontrolovanými počátečními podmínkami byl doposud vždy negativní. Pokud byla kapalina v klidu, nikdy se pozorovatelně neroztočila. Vzhledem k tomu, že rozměry nádoby i objem vody v ní je srovnatelný s rozměry umyvadel, lze usoudit, že v těchto prostorových i časových měřítcích není vypouštěné umyvadlo vhodným „inerciálním“ detektorem rotace a k zprávám o pozitivním výsledku domá-

cího pokusu s umyvadlem, který by prokázal hlavní vliv zemské Coriolisovy síly na vznik víru lze zaujmout skeptický postoj. To ovšem neopravňuje k závěru, že to není možné v principu. V optimálně připravených podmínkách a pravděpodobně poněkud větších rozměrech by úspěšný být mohl. Jestli bude v tom kterém konkrétním případě zemská Coriolisova síla stačit pro vznik malého víru, nelze jednoduchým argumentem (založeném například na zákonu zachování momentu hybnosti) rozhodnout, protože se pohybujeme v poměrech, kde hraje nezanedbatelnou roli viskozita.

Co je tedy příčinou víru v umyvadlech a podobných zařízeních? Na základě provedených experimentů lze usoudit, že to není Coriolisova síla ani to nemůže být tvar umyvadla či výpusti, ale skutečnost, že, zjednodušeně řečeno, voda není v umyvadle v klidu. Toto experimentální pozorování je v souladu s kvantifikací Coriolisovy síly a se závěry ke kterým lze dojít na základě zákonů zachování.